

**Análise da Transferência de Calor em Tubos com
Desenvolvimento Simultâneo dos Perfis Térmicos e
Hidrodinâmicos em Regime Laminar**

Jorge Emanuel Antunes Fonseca

Relatório do Projecto Final – MIEM

Orientadores:

Prof. Paulo José da Silva Martins Coelho e Prof. Manuel António Moreira Alves



**Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica**

Julho 2009

Resumo

Foi realizado um estudo numérico sobre o escoamento de fluidos Newtonianos e não-Newtonianos que obedecem à lei da potência, ao longo de uma conduta de secção circular, em regime laminar com os perfis hidrodinâmicos e térmicos em desenvolvimento simultâneo e um fluxo de calor constante na parede. O escoamento foi caracterizado pelo número de Reynolds, Re , pelo número de Prandtl, Pr , e pelo índice de potência, n , no caso dos fluidos não-Newtonianos.

As simulações feitas a partir do software Fluent incidiram na obtenção dos valores da tensão de parede e da temperatura da parede ao longo da conduta. Com estes dados foi possível determinar o coeficiente de fricção, a temperatura da mistura e consequente número de Nusselt.

As condutas em estudo tiveram 200 mm de diâmetro e o seu comprimento foi definido posteriormente, tendo em atenção o comprimento necessário para o desenvolvimento térmico e hidrodinâmico. Este comprimento foi condicionado pelo o índice de potência, que teve valores de 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1, 1,2; 1,4 e 1,5; o número de Reynolds, que teve valores de 1000, 500, 100, 10 e 1 e o número de Prandtl que teve valores de 10; 1; 0,1 e 0,01. Estes dois últimos parâmetros têm sempre que originar um valor de Péclet, $Pe=Re \times Pr$ igual ou superior a 10, de forma a garantir que o mecanismo de advecção predomine sobre o mecanismo de difusão do calor. Consoante os valores destas variáveis, foram definidos os comprimentos de tubagem adequados às simulações e com base nos quais se construirão as malhas.

Após os estudos sobre os resíduos mínimos aceitáveis e sobre fiabilidade das malhas o comportamento do número de Nusselt local, Nu_x , foi analisado não sem antes fossem ponderadas várias alternativas de cálculo de Nu_x e escolhida a mais indicada para a tarefa em causa.

Analisou-se a influência que o número de Reynolds, o número de Prandtl e o índice de potência tem no desenvolvimento térmico, e foi também realizadas comparações com os valores homólogos no caso em que o perfil hidrodinâmico já se encontra desenvolvido à entrada da conduta.

Analysis of heat transfer in laminar pipe flow with simultaneous development of the hydrodynamic and thermal profiles

Abstract:

A numerical study was carried out for Newtonian and power-law non-Newtonian fluid flow along a circular pipe in laminar regime, with the simultaneous development of hydrodynamic and thermal profiles, and a constant heat flux at the wall. The flow was characterized by the Reynolds number, Re , the Prandtl number, Pr , and the power-law index, n , the latter for the non-Newtonian fluids.

The simulations were undertaken on Fluent 6.3.26[®] software, and were focused on obtaining the values of the wall shear stress and temperature of the wall along the pipeline. With these numerical data it was possible to determine the friction coefficient, the bulk temperature and the Nusselt number.

The pipeline under study has a diameter of 200 mm and its length will be estimated, accounting the length necessary for the hydrodynamic and thermal development of the flow. This length will be dependent on the power law index, that will have values of 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1, 1.2, 1.4 and 1.5, the Reynolds number, which will have values of 1000, 500, 100, 10 and 1, and the Prandtl number that will have values of 10, 1, 0.1 and 0.01. These two last parameters will necessarily have to lead to a value of Péclet, $Pe = Re \times Pr$ greater than or equal to 10, to ensure that the mechanism of advection predominates over the mechanism of diffusion of heat. Depending on the values of these variables, the length of tubing suitable for each simulation will be defined.

Following the studies on the assessment of the minimum acceptable residuals that should be used, and on the reliability of the mesh, the behavior of the local Nusselt number Nu_x was analyzed. Several alternatives for calculating Nu_x were considered and then the most suitable alternative for the task in question was chosen.

Finally, the influence of the Reynolds number, the Prandtl number and the power law index have in the thermal development will be analyzed, and comparisons will also be carried out between these values and those obtained when the hydrodynamic profile is already fully-developed at the duct entrance.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao Professor Paulo José da Silva Martins Coelho por toda a sua disponibilidade em me ajudar, paciência e presença constante em todos os momentos. Muito obrigado por tudo. Gostaria de agradecer também ao Professor Manuel António Moreira Alves por toda a ajuda na compreensão do software Fluent, e também pela sua disponibilidade em ajudar-me sempre que necessário.

Quero também prestar a minha gratidão a todas as pessoas e amigos da FEUP que de algum modo contribuíram para o desenvolver deste trabalho.

Agradeço ao meu pai, António, amigo de todas as horas, sempre disponível e presente, que tanto lutou comigo para que este objectivo fosse concretizado. Um obrigado à minha mãe, Clarisse, por todo o apoio demonstrado, obrigado pela confiança que sempre depositaste em mim. Agradeço à minha irmã, Mariana, que embora fisicamente longe, sempre se preocupou comigo, mantendo-se constantemente por perto.

Quero agradecer também à pessoa que me tem acompanhado estes meus últimos anos. Obrigado pelo teu apoio em todas as horas, obrigado por me teres ajudado um pouco a escrever esta tese, Obrigado Joana e obrigado a ti também Crinas.

Índice de figuras:

Figura 1. 1 – Variação da tensão de corte em função da velocidade de deformação para os fluidos puramente viscosos	2
Figura 2. 1 – Malha 1 para o caso de $Re=10$ $Pr=10$ $n=1$ e suas condições fronteira.	10
Figura 2. 2 – Variação do coeficiente de fricção “ f ” ao longo do comprimento axial “ x/D ” para resíduos de iteração de 10^{-3} , 10^{-5} , 10^{-7} , 10^{-10} para $Re=10$ $Pr=10$ e $n=1$	11
Figura 2. 3 – Variação do número de Nusselt ao longo de x/D para resíduos de iteração de 10^{-6} , 10^{-10} , 10^{-12} , 10^{-16} para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1$	13
Figura 2. 4 – Representação da malha 1 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=10$ $Pr=10$	14
Figura 2. 5 – Representação da malha 2 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=10$ $Pr=10$	14
Figura 2. 6 – Representação da malha 3 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=10$ $Pr=10$	15
Figura 2. 7 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1$	16
Figura 2. 8 – Evolução do Nu em função do x/D para três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1$	16
Figura 2. 9 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.5$	19
Figura 2. 10 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.5$	20
Figura 2. 11 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$	22
Figura 2. 12 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$	22
Figura 2. 13 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.9$	24
Figura 2. 14 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.9$	24
Figura 2. 15 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.1$	26
Figura 2. 16 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.1$	26
Figura 2. 17 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1$	28
Figura 2. 18 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1$	29
Figura 2. 19 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.2$	31
Figura 2. 20 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.2$	31

Figura 2. 21 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.5$	33
Figura 2. 22 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.5$	34
Figura 2. 23 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1$	36
Figura 2. 24 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1$	37
Figura 2. 25 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.2$	38
Figura 2. 26 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.2$	39
Figura 2. 27 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.5$	41
Figura 2. 28 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.5$	41
Figura 2. 29 – Representação da malha 1 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=1000$ $Pr=10$	42
Figura 2. 30 – Representação da malha 2 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=1000$ $Pr=10$	43
Figura 2. 31 – Representação da malha 3 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=1000$ $Pr=10$	43
Figura 2. 32 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1$	45
Figura 2. 33 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1$	46
Figura 2. 34 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.4$	48
Figura 2. 35 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.4$	48
Figura 2. 36 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.5$	50
Figura 2. 37 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.5$	51
Figura 2. 38 – Comparação numérica dos resultados obtidos analiticamente e dos resultados obtidos de quatro simulações com $Pe=1000$, $Pe= 2000$, $Pe=10000$ e $Pe=20000$	52
Figura 4. 1 – Evolução do f em função de x/D para vários índices de potência e para $Re=1000$	72
Figura 4. 2 – Evolução do f em função de x/D para vários índices de potência e para $Re=500$..	73
Figura 4. 3 – Evolução do f em função de x/D para vários índices de potência e para $Re=100$..	73
Figura 4. 4 – Evolução do f em função de x/D para vários índices de potência e para $Re=10$	74
Figura 4. 5 – Evolução do f em função de x/D para vários índices de potência e para $Re=1$	74
Figura 4. 6 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1000$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	75

Figura 4. 7 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1000$ e $n = 1$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	76
Figura 4. 8 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1000$ e $n = 1.5$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	77
Figura 4. 9 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 500$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	78
Figura 4. 10 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 500$ e $n = 1$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	78
Figura 4. 11 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 500$ e $n = 1.5$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	79
Figura 4. 12 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 0.2$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	80
Figura 4. 13 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	80
Figura 4. 14 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 1$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	81
Figura 4. 15 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 1.5$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	81
Figura 4. 16 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 0.2$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	82
Figura 4. 17 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	83
Figura 4. 18 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 1$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	83
Figura 4. 19 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 1.5$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	84
Figura 4. 20 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1$ e $n = 0.2$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	85
Figura 4. 21 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	85
Figura 4. 22 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1$ e $n = 1$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	86
Figura 4. 23 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1.5$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos	86
Figura 4. 24 – Evolução do Nu em função de x/D para $Pr=10$, $n = 0.4$ e para vários Re para o perfil de velocidade de entrada em desenvolvimento.	87
Figura 4. 25 – Evolução do Nu em função de x/D para $Pr=10$, $n = 1$ e para vários Re para o perfil de velocidade de entrada em desenvolvimento.	88
Figura 4. 26 – Evolução do Nu em função de x/D para $Pr=10$, $n = 1.5$ e para vários Re para o perfil de velocidade de entrada em desenvolvimento.	88
Figura 4. 27 – Evolução de Nu ao longo de x/D para $Re=10$ e $Pr=10$ para vários índices de potência n	89
 Figura 5. 1 – Variação do comprimento de entrada térmico em função de Reynolds e do índice de potência	96

Índice de Tabelas:

Tabela 2. 1 – Valores do coeficiente de fricção de Darcy em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=10$ $Pr=10$	12
Tabela 2. 2 – Valores do número de Nusselt em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=10$ $Pr=10$	13
Tabela 2. 3 – Número de intervalos no eixo axial e radial e respectivo número de células e o rácio do número células para os três tipos de malhas estudadas em $Re=10$ e $Pr=10$ $n=1$	15
Tabela 2. 4 – Valores máximos e mínimos da viscosidade para intervalos de 10, 10^2 , 10^3 , 10^4 para índices de consistência de $k=0.5$, $k=1$, $k=2$	18
Tabela 2. 5 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ e $n=1.5$	18
Tabela 2. 6 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ e $n=1.5$	19
Tabela 2. 7 – Valor de f para 6.5 diâmetros nas três malhas estudadas $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.5$	20
Tabela 2. 8 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$	21
Tabela 2. 9 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$	21
Tabela 2. 10 – Valor de f para 6.5 diâmetros nas três malhas estudadas $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$	23
Tabela 2. 11 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.9$	23
Tabela 2. 12 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.9$	23
Tabela 2. 13 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.1$	25
Tabela 2. 14 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.1$	25
Tabela 2. 15 – Número de intervalos no eixo axial e radial e respectivo número de células e o rácio do número células para os três tipos de malhas estudadas em $Re=1$ e $Pr=10$	27
Tabela 2. 16 – Valores do coeficiente de fricção de Darcy em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=1$ $Pr=10$	27
Tabela 2. 17 – Valores do número de Nusselt em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=1$ $Pr=10$	28
Tabela 2. 18 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.2$	30
Tabela 2. 19 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.2$	30
Tabela 2. 20 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.5$	32
Tabela 2. 21 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.5$	32
Tabela 2. 22 – Número de intervalos no eixo axial e radial e respectivo número de células e o rácio do número células para os três tipos de malhas estudadas em $Re=500$ e $Pr=10$	34
Tabela 2. 23 – Valores do coeficiente de fricção de Darcy em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=500$ $Pr=10$	35

Tabela 2. 24 – Valores do número de Nusselt em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=500$ $Pr=10$	35
Tabela 2. 25 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.2$	37
Tabela 2. 26 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.2$	38
Tabela 2. 27 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.5$	40
Tabela 2. 28 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.5$	40
Tabela 2. 29 – Número de intervalos no eixo axial e radial e respectivo número de células e o rácio do número células para os três tipos de malhas estudadas em $Re=1000$ e $Pr=10$	44
Tabela 2. 30 – Valores do coeficiente de fricção de Darcy em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=500$ $Pr=10$	44
Tabela 2. 31 – Valores do coeficiente de fricção de Darcy em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=500$ $Pr=10$	44
Tabela 2. 32 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.4$	47
Tabela 2. 33 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.4$	47
Tabela 2. 34 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.5$	49
Tabela 2. 35 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.5$	49
Tabela 2. 36 – Resíduos utilizados nos vários estudos para um $Pr=10$	53
Tabela 2. 37 – Valores de x/D para os dois estudos para os quais os resultados tomam valores numéricos com significado prático para $Pr=10$	53
Tabela 2. 38 – Intervalos de viscosidade para os vários casos de estudo para diferentes índices de potência e $Pr=10$	54
 Tabela 3. 1 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.2$	58
Tabela 3. 2 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.4$	58
Tabela 3. 3 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1$	58
Tabela 3. 4 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.5$	59
Tabela 3. 5 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=1000$, $Pr=10$ $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$	59
Tabela 3. 6 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.2$	60
Tabela 3. 7 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.4$	60

Tabela 3. 8 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1$	60
Tabela 3. 9 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.5$	61
Tabela 3. 10 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=500$, $Pr=10$ $n=0.2$, $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$	61
Tabela 3. 11 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=0.2$	62
Tabela 3. 12 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=0.4$	62
Tabela 3. 13 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=1$	63
Tabela 3. 14 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=1.5$	63
Tabela 3. 15 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=100$ $Pr=10$ $n=0.2$, $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$	64
Tabela 3. 16 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$	65
Tabela 3. 17 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.4$	65
Tabela 3. 18 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1$	65
Tabela 3. 19 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.5$	65
Tabela 3. 20 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=10$, $Pr=10$, $n=0.2$, $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$	66
Tabela 3. 21 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.2$	67
Tabela 3. 22 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.4$	67
Tabela 3. 23 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1$	67
Tabela 3. 24 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.5$	67
Tabela 3. 25 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=1$, $Pr=10$, $n=0.2$, $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$	68
Tabela 3. 26 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=0.01$ $n=0.2$	69
Tabela 3. 27 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=0.01$ $n=0.4$	69
Tabela 3. 28 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=0.01$ $n=1$	69

Tabela 3. 29 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=0.01$ $n=1.5$	69
Tabela 3. 30 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=100$, $Pr=0.01$, $n=0.2$, $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$	70
Tabela 5. 1 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=1000$ e $Pr=10$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}	90
Tabela 5. 2 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=1000$ e $Pr=1$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}	90
Tabela 5. 3 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=1000$ e $Pr=0.1$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}	91
Tabela 5. 4 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=1000$ e $Pr=0.01$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}	91
Tabela 5. 5 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=500$ e $Pr=10$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}	92
Tabela 5. 6 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=500$ e $Pr=1$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}	92
Tabela 5. 7 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) à entrada para $Re=500$ e $Pr=0.1$, juntamente com $(lh/D)_{teórico}$	92
Tabela 5. 8 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=100$ e $Pr=10$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}	93
Tabela 5. 9 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=100$ e $Pr=1$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}	93
Tabela 5. 10 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) à entrada para $Re=100$ e $Pr=0.1$, juntamente com $(lh/D)_{teórico}$	94
Tabela 5. 11 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=10$ e $Pr=10$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}	94
Tabela 5. 12 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=10$ e $Pr=1$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}	95
Tabela 5. 13 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=1$ e $Pr=10$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}	95

Nomenclatura

A	área	m^2
Br^*	número de Brinkman generalizado – equação 1.3	
c_p	calor específico do fluido	kJ/kgK
D	diâmetro da conduta	m
D_h	diâmetro hidráulico	m
D_{ij}	tensor de deformação	Pa
f	coeficiente de fricção de Darcy	
k, λ	condutividade térmica	W/mK
L_h	comprimento de entrada hidrodinâmico – equação 1.29	m
L_t	comprimento de entrada térmico – equação 1.30	m
n	índice de potência	
Nu	número de Nusselt – equação 1.10	
Nu_{∞}	Valor de Nusselt para a zona térmica plenamente desenvolvida – equação 1.27	
p	pressão	N/m^2
P	perímetro da tubagem	m
Pr	número de Prandtl – equação 1.5	
Pe	número de Péclet – equação 1.6	
Q_{ef}	potência energética que entra na conduta – valor retirado do software Fluent	
q_w	fluxo de calor constante na parede, positivo quando aquece o fluido	W/m^2
Re	número de Reynolds – equação 1.4	
R	Raio da conduta	m
r	coordenada radial	m
r^*	coordenada radial adimensionalizada	
T_m	temperatura da mistura	K
T_p	temperatura da parede	K

T_{ref}	temperatura de referência, $T_{ref}= 298.15$ K	
T	temperatura	K
T_o	temperatura de entrada	K
T^*	temperatura na forma adimensional	
\bar{U}	velocidade média do escoamento	m/s
u	componente da velocidade axial	m/s
u^*	componente da velocidade axial adimensionalizada	
v	componente da velocidade radial	m/s
v^*	componente da velocidade radial adimensionalizada	
\dot{V}	caudal volúmico	m ³ /s
\dot{W}	potência dissipada por fricção	kW
\dot{w}	potência dissipada por fricção por unidade de área	kW/m ²
x^*	coordenada axial adimensionalizada	
x	coordenada axial	m
$\dot{\gamma}$	taxa de deformação	s ⁻¹
α	coeficiente de convecção	W/m ² ·K
η	viscosidade dinâmica	N·s/m ²
τ_{rx}	tensão de corte	Pa
τ_w	tensão de corte na parede	Pa
τ^*	tensão de corte na forma adimensional	
ρ	massa volúmica do fluido	Kg/m ³
Δ	variação	

Índice de Conteúdos

1	Introdução	1
1.1	Revisão Bibliográfica	1
1.2	Modelo Lei de Potência	3
1.3	Números Adimensionais	3
1.3.1	Forma Generalizada do número de Brinkman	3
1.3.2	Número de Reynolds e número de Prandtl	4
1.3.3	Número de Nusselt	5
1.3.4	Número de Graetz	5
1.4	Equações Diferenciais	5
1.4.1	Influência do número de Péclet na variação da temperatura ao longo da conduta	7
1.5	Coefficiente de fricção e número de Nusselt na região completamente desenvolvida e sua delimitação	8
1.5.1	Perfil de velocidades completamente desenvolvido	8
1.5.2	Comprimento hidrodinâmico e térmico de entrada	8
2	Malha utilizadas e estudos sobre a fiabilidade de resultados	9
2.1	Malhas utilizadas e sua geração	9
2.2	Análise para $Re=10$, $Pr=10$	11
2.2.1	Análise de resíduos e do refinamento da malha – Fluidos Newtoniano	11
2.2.2	Fluidos lei de potência, introdução	17
2.2.3	Fluidos lei de potência, $n=1.5$ análise de intervalos de viscosidade	18
2.2.4	Fluidos lei de potência, $n=1.5$ análise do refinamento da malha	19
2.2.5	Fluidos lei de potência, $n=0.2$ análise de intervalos de viscosidade	20
2.2.6	Fluidos lei de potência, $n=0.2$ análise do refinamento da malha	21
2.2.7	Fluidos lei de potência, $n=0.9$ análise de intervalos de viscosidade	23
2.2.8	Fluidos lei de potência, $n=0.9$ análise do refinamento da malha	24

2.2.9	Fluidos lei de potência, $n=1.1$ análise de intervalos de viscosidade	25
2.2.10	Fluidos lei de potência, $n=1.1$ análise do refinamento da malha	26
2.3	Análise para $Re=1$ e $Pr=10$	27
2.3.1	Estudo da malha	27
2.3.2	Fluido Newtoniano, análise de resíduos e do refinamento da malha	27
2.3.3	Fluidos lei de potência, $n=0.2$ análise de intervalos de viscosidade	29
2.3.4	Fluidos lei de potência, $n=0.2$ análise do refinamento da malha	30
2.3.5	Fluidos lei de potência, $n=1.5$ análise de intervalos de viscosidade	32
2.3.6	Fluidos lei de potência, $n=1.5$ análise do refinamento da malha	33
2.4	Análise para $Re=500$ e $Pr=10$	34
2.4.1	Estudo da malha	34
2.4.2	Fluido Newtoniano, análise de resíduos e do refinamento da malha	35
2.4.3	Fluido Newtoniano, análise do refinamento da malha	36
2.4.4	Fluidos lei de potência, $n=0.2$ análise de intervalos de viscosidade	37
2.4.5	Fluidos lei de potência, $n=0.2$ análise do refinamento da malha	38
2.4.6	Fluidos lei de potência, $n=1.5$ análise de intervalos de viscosidade	39
2.4.7	Fluidos lei de potência, $n=1.5$ análise do refinamento da malha	40
2.5	Análise para $Re=1000$ e $Pr=10$	42
2.5.1	Estudo da malha	42
2.5.2	Fluido Newtoniano, análise de resíduos e do refinamento da malha	44
2.5.3	Fluido Newtoniano, análise do refinamento da malha	45
2.5.4	Fluidos lei de potência, $n=0.4$ análise de intervalos de viscosidade	46
2.5.5	Fluidos lei de potência, $n=0.4$ análise do refinamento da malha	47
2.5.6	Fluidos lei de potência, $n=1.5$ análise de intervalos de viscosidade	49
2.5.7	Fluidos lei de potência, $n=1.5$ análise do refinamento da malha	50

2.6	Comparação com os resultados analíticos	51
2.7	Sumário de resultados	52
2.7.1	Resíduos	52
2.7.2	Valores iniciais de x/D onde os valores de f e Nu começam a ter significado	53
2.7.3	Intervalos de viscosidade	54
3	Cálculo de número de Nusselt	55
3.1	Formulação do cálculo de Nusselt	55
3.1.1	Temperatura de mistura - Introdução	55
3.1.2	Temperatura de mistura (1) – Primeira forma de cálculo de Nusselt	55
3.1.3	Temperatura de mistura (2) – Segunda forma de cálculo de Nusselt	56
3.1.4	Temperatura de mistura (3) – Terceira forma de cálculo de Nusselt	57
3.2	Resultados numéricos das três formas de obtenção de Nusselt	57
3.2.1	Caso de $Re=1000$ $Pr=10$	58
3.2.2	Caso de $Re=500$ $Pr=10$	60
3.2.3	Caso de $Re=100$ $Pr=10$	62
3.2.4	Caso de $Re=10$ $Pr=10$	64
3.2.5	Caso de $Re=1$ $Pr=10$	66
3.2.6	Caso de $Re=100$ $Pr=0.1$	68
4	f e Nu , apresentação e discussão de resultados	72
4.1	Estudo Hidrodinâmico	75
4.2	Estudo Térmico	75
4.2.1	Caso de $Re=1000$	75
4.2.2	Caso de $Re=500$	77
4.2.3	Caso de $Re=100$	79
4.2.4	Caso de $Re=10$	82
4.2.5	Caso de $Re=1$	84

4.2.6	Caso de $Pr=10$, efeito do número de Reynolds	87
4.2.7	Caso $Re=10$ $Pr=10$, efeito do índice de potência, n	89
5	Comprimento térmico de entrada	90
5.1	Caso $Re=1000$	90
5.2	Caso $Re=500$	92
5.3	Caso $Re=100$	93
5.4	Caso $Re=10$	94
5.5	Caso $Re=1$	95
5.6	Caso $Pr=10$ e diferentes números de Reynolds	96
5.7	Conclusões	96
6	Conclusões e perspectivas de trabalho futuro	98
6.1	Conclusões	98
6.2	Perspectivas de trabalho futuro	99
7	Referências bibliográficas	100
	Anexo A – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3	101
	Anexo B – Evolução do Nu em função do x/D para vários Pr	105

1 – Introdução

Neste capítulo para além da revisão bibliográfica será apresentada toda a informação basilar julgada relevante para a compreensão dos capítulos subsequentes. Para tal será feito um estudo detalhado de todas as variáveis utilizadas, dos números adimensionais usados e a sua relevância no estudo proposto. Serão também abordados os fluidos utilizados e as suas características.

1.1 – Revisão Bibliográfica

Dos inúmeros trabalhos realizados até à data sobre transferência de calor no interior de condutas ir-se-ão essencialmente referir aqueles que estiveram na origem do presente trabalho. Irvine e Karni [1] efectuaram um estudo de revisão em 1987 sobre fluidos não-Newtonianos puramente viscosos onde foram abordados alguns aspectos da mecânica dos fluidos não-Newtonianos, reologia dos fluidos e transferência de calor em escoamentos com relevância prática para a engenharia com fluidos lei de potência. Numa outra perspectiva, Barletta [2] em 1997, realiza uma investigação analítica para determinar o perfil de temperaturas e a transferência de calor num escoamento laminar completamente desenvolvido de fluidos que obedecem à lei de potência numa conduta tendo em conta a dissipação viscosa, negligenciando a condução axial. Em 1998, Hartnett e Cho [3], realizaram aquela que é actualmente a última grande compilação de resultados de trabalhos sobre mecânica dos fluidos e convecção forçada relativos a escoamentos de fluidos não-Newtonianos em condutas. Em 2003, Coelho, Pinho e Oliveira [4] realizaram um estudo teórico sobre o desenvolvimento do perfil térmico num escoamento no interior de condutas, e em que o perfil hidrodinâmico já se encontra totalmente desenvolvido, para fluidos que obedecem à equação constitutiva simplificada de Phan-Thien e Tanner (sPTT). Matthys [5], em 2005, sumariza o conhecimento actual sobre transferência de calor de fluidos não-Newtonianos no interior de condutas incluindo referências bibliográficas relativas aos desenvolvimentos mais recentes nesta área. Em 2007, Poole e Ridley [6], realizam uma detalhada investigação numérica sobre o desenvolvimento do perfil de velocidades de um escoamento laminar de fluidos não-Newtonianos lei de potência numa conduta de secção circular tendo obtido uma correlação para o comprimento de entrada em função do número de Reynolds e do índice de potência. Em 2009, Coelho e Pinho [7] elaboraram neste seu trabalho, dedicado genericamente à transferência de calor em fluidos não-Newtonianos no interior de condutas, uma compilação das diversas correlações existentes na literatura sobre transferência de calor em regime laminar, onde apenas constam os casos de perfil térmico e hidrodinâmico completamente desenvolvidos e os casos em que o perfil de velocidades está completamente desenvolvido e o perfil de temperaturas está a desenvolver.

Da leitura de todos estes trabalhos citados anteriormente ressalta a necessidade de realizar estudos de transferência de calor onde coexistam o desenvolvimento

hidrodinâmico e térmico no escoamento. Assim, como seguimento destes estudos será realizado no presente trabalho o estudo numérico da transferência de calor, com o perfil térmico e hidrodinâmico em desenvolvimento simultâneo em regime laminar numa conduta de secção circular.

O estudo da transferência de calor dos fluidos não-Newtonianos é mais difícil do que dos fluidos Newtonianos por causa da natureza não linear dos primeiros. A razão principal para haver necessidade de mais estudos é que é mais difícil o conhecimento dos fluidos não-Newtonianos por causa da sua natureza complexa e das suas complexas interações com o escoamento. Como resultado, muitas das informações da transferência de calor para fluidos não-Newtonianos são empíricas e consistem primariamente em correlações onde as constantes são determinadas por dados experimentais.

Metzner [8] classificou os fluidos em três grupos distintos: fluidos puramente viscosos, fluidos viscoelásticos e fluidos dependentes do tempo. Esta classificação é essencialmente a mesma de Skelland [9].

Os fluidos Newtonianos são uma subclasse dos fluidos puramente viscosos. Os fluidos não-Newtonianos puramente viscosos estão divididos em duas categorias: fluido espessante regressivo (pseudo-plástico), onde existe uma diminuição da viscosidade com a taxa de deformação e o fluido dilatante em que existe o aumento da viscosidade com o aumento da taxa de deformação. A figura 1.1 exibe de uma forma simples a evolução da tensão de corte em função da velocidade de deformação para os fluidos puramente viscosos.

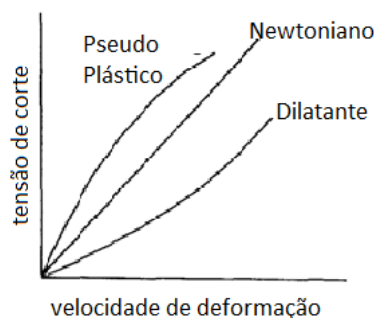


Figura 1. 1 – Variação da tensão de corte em função da velocidade de deformação para os fluidos puramente viscosos

Os fluidos viscoelásticos além de possuírem uma tensão de corte dependente da taxa de deformação semelhante ao dos fluidos inelásticos, possuem memória, isto é, apresentam características elásticas.

De acordo com a literatura, a transferência de calor dos fluidos viscoelásticos, num escoamento laminar numa conduta não difere assim tanto da transferência de calor de fluidos inelásticos que apresentam a mesma curva de viscosidade, pelo menos em escoamento onde o perfil de velocidades se encontra desenvolvido.

A transição de laminar para turbulento num escoamento Newtoniano dentro de um tubo é tipicamente definida por $Re=2100$. Para fluidos não-Newtonianos puramente viscosos a literatura considera um pequeno aumento de Re na transição, contudo o valor de 2100 pode continuar a ser usado como o critério de transição.

Para fluidos viscoelásticos o número de Reynolds de transição é bem mais alto que 2100, à volta de 6000, o que torna o regime laminar mais comum nestes fluidos.

1.2 – Modelo Lei de Potência

Neste tipo de modelo as equações para um fluido não-Newtoniano seguem a mesma expressão que para o caso do fluido Newtoniano, mas o coeficiente de viscosidade é agora uma função do segundo invariante da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$ [10].

Este modelo foi adoptado pelo facto de ser simples e utilizado frequentemente na literatura para modelar os fluidos não-Newtonianos inelásticos, este é caracterizado pela seguinte expressão:

$$\eta(\dot{\gamma}) = k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (1.1)$$

onde, n é o índice de potência e o k o índice de consistência, a taxa de deformação $\dot{\gamma}$ está relacionada com a segunda invariante do tensor de deformação (D_{ij}).

Se $n=1$ obtemos um fluido com viscosidade constante, Newtoniano. Quanto mais pequeno for o n maior é a redução da viscosidade com a taxa de deformação.

1.3 – Números adimensionais

Nesta secção serão referenciados todos os números adimensionais utilizados neste trabalho e o seu significado.

1.3.1 – Forma generalizada do número de Brinkman

O número de Brinkman generalizado [12], Br^* , seria mais correctamente representado pelo rácio \dot{w}/q_w , onde \dot{w} representa a potência dissipada por atrito viscoso e q_w o calor transferido na parede da tubagem porém foi feita uma pequena modificação para assegurar uma equivalência com a definição do número de Brinkman para fluidos Newtonianos em regime laminar. Foi então introduzido o coeficiente 8 fazendo com o número de Brinkman generalizado seja definido por:

$$Br^* = \frac{\dot{w}}{8q_w} \quad (1.2)$$

Como o nosso de estudo é feito para fluxo de calor constante na parede teremos então:

$$Br^* = \frac{\bar{U}\tau_w}{8q_w} \quad (1.3)$$

Este número encontra-se mais detalhadamente estudado em Coelho and Pinho [11]

1.3.2 – Número de Reynolds e número de Prandtl

O número de Reynolds, que é comum para fluidos Newtonianos e não-Newtonianos, representa o quociente entre as forças de inércia e as forças viscosas, e é definida por

$$Re = \frac{\rho \bar{U} D}{\eta} \quad (1.4)$$

onde, ρ é a massa volúmica do fluido, \bar{U} a velocidade média na conduta, D o diâmetro da conduta e η a viscosidade de corte.

As forças viscosas têm grande importância para valores de Re baixos e as forças de inércia assumem um papel preponderante para valores de Re altos. Como este estudo foi feito para regimes laminares, o valor máximo de Re será 2100.

O número de Prandtl, também utilizado para fluidos Newtonianos e não-Newtonianos, representa a razão entre a difusibilidade da quantidade de movimento e a difusibilidade térmica,

$$Pr = \frac{v}{\alpha} = \frac{v}{(k/\rho c_p)} = \frac{\eta c_p}{k} \quad (1.5)$$

onde, v é a viscosidade cinemática e α é a difusibilidade térmica do fluido que é definida por $k/\rho c_p$, onde k é condutividade do fluido, ρ a massa volúmica do fluido e c_p o calor específico.

O produto entre o número de Reynolds e o número de Prandtl é chamado de número de Péclet e é dado por:

$$Pe = RePr = \frac{\rho \bar{U} D c_p}{k} = \frac{\bar{U} D}{\alpha} \quad (1.6)$$

Este é independente da viscosidade do fluido, mas continua a depender de outras propriedades do fluido.

Para os fluidos não-Newtonianos que obedecem à lei de potência existirá um número de Reynolds e de Prandtl generalizado. O número de Reynolds, Re' , é calculado de forma a que o coeficiente de fricção de Fanning ou de Darcy para fluidos Newtonianos e não-Newtonianos num escoamento laminar tende a convergir numa só curva $f=16/Re'$ ou $f=64/Re'$ [3].

$$\eta' = K' \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^{n-1}, Re' = \frac{\rho \bar{U} D}{\eta'} = \frac{\rho \bar{U}^{2-n} D^n}{K' 8^{n-1}}, Pr' = \frac{\eta' c_p}{k} = \frac{K' (8\bar{U}/D)^{n-1} c_p}{k} \quad (1.7)$$

O coeficiente K' está relacionado com o índice de consistência (K) e o índice de potência (n), sendo este

$$K' = K \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \quad (1.8)$$

surgindo este último na equação que calcula a tensão de corte na parede, τ_w , para um escoamento laminar completamente desenvolvido numa conduta de secção circular, para um fluido que obedece à lei de potência,

$$\tau_w = K' \left(\frac{8\bar{U}}{D} \right)^n. \quad (1.9)$$

1.3.3 – Número de Nusselt

A normalização das condições fronteira da equação da energia introduz o conceito do coeficiente de convecção, h . Este é definido como o rácio entre o fluxo de calor por unidade de área, \dot{q}_w , e uma diferença de temperatura. O fluxo de calor da parede é positivo quando está a entrar para o fluido. A diferença de temperaturas é a diferença entre a temperatura da mistura e a temperatura da parede.

O número de Nusselt é definido pela equação 1.10, que normaliza o coeficiente de convecção, h definido pela equação 1.11, com a condutibilidade térmica do fluido e o comprimento característico da conduta, neste caso é o diâmetro.

$$Nu = \frac{hD}{\lambda} \quad (1.10)$$

$$h = \frac{\dot{q}_w}{T_w - T_b} \quad (1.11)$$

1.3.4 – Número de Graetz

Este número é por vezes usado para a adimensionalizar a distância x medida a partir da entrada da conduta, este é independente da reologia do fluido e é dado pela equação,

$$Gz = \frac{\dot{m}c_p}{kx} = (Re Pr D/x) \cdot \pi/4 \quad (1.12)$$

1.4 – Equações diferenciais

A equação da energia (1.13) é válida para perfis de velocidades desenvolvidos e em desenvolvimento em condutas circulares na ausência de rotação, $w=0$. Esta poderá ser simplificada para os casos de perfis de velocidade completamente desenvolvidos fazendo $v=0$ e $\partial^2/\partial x^2=0$. Estas simplificações são normalmente usadas na obtenção de soluções analíticas em escoamento completamente desenvolvido, obviamente o programa de simulação Fluent, que irá ser utilizado neste trabalho, integra a equação da energia conforme se mostra na equação 1.13,

$$\rho c u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c v \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \tau_{rx} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (1.13)$$

A primeira parcela do lado esquerdo da equação 1.14 está relacionada com o balanço de calor na direcção axial e a segunda parcela, por sua vez, com o balanço de calor na direcção radial ambas com origem na advecção. A primeira parcela do lado direito da equação corresponde balanço de calor transportado por condução na direcção radial. A segunda parcela do lado direito da equação está relacionada com o balanço de calor transportado por condução na direcção axial. Por fim, a última parcela no lado direito da equação corresponde ao importante efeito da dissipação viscosa, que é bastante relevante para fluidos muito viscosos e que neste trabalho não irá ser considerado visto estar associados com números de Pr elevados nos quais é lícito assumir que o perfil de velocidades já está completamente desenvolvido na entrada da conduta.

O primeiro passo será adimensionalizar todas as variáveis da equação da energia, todas as variáveis adimensionais serão assinaladas com um asterisco. Começaremos então por adimensionalizar o x , r , u e v , que são descritos nas seguintes equações.

$$x^* = \frac{x}{D} \quad (1.14) \quad r^* = \frac{r}{D} \quad (1.15)$$

$$u^* = \frac{u}{\bar{U}} \quad (1.16) \quad v^* = \frac{v}{\bar{U}} \quad (1.17)$$

O x^* será a distância axial em diâmetros e o r^* a distancia radial em diâmetros. O u^* e o v^* representam a velocidade axial e radial respectivamente em relação à velocidade média na conduta. As adimensionalizações da temperatura e da tensão de corte serão apresentadas nas equações 1.18 e 1.19 respectivamente.

$$T^* = \frac{T - T_o}{\frac{q_w D}{k}} \quad (1.18) \quad \tau^* = \frac{\tau_{rx}}{\tau_w} \quad (1.19)$$

Com todos os parâmetros já adimensionalizados, a equação da energia, fica com esta forma:

$$\rho c_p \bar{U} u^* \frac{q_w}{k} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + \rho c_p \bar{U} v^* \frac{q_w}{k} \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = \frac{1}{r^* D} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* q_w \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{D} \frac{\partial}{\partial x^*} \left(q_w \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right) + \tau^* \tau_w \left(\frac{\bar{U}}{D} \frac{\partial u^*}{\partial r^*} + \frac{\bar{U}}{D} \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \quad (1.20)$$

A partir da equação 1.20 e dividindo esta por q_w teremos então a seguinte expressão:

$$\frac{\rho c_p \bar{U} u^*}{k} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + \frac{\rho c_p \bar{U} v^*}{k} \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = \frac{1}{r^* D} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{D} \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right) + \frac{8 \tau^*}{D} \left(\frac{\tau_w \bar{U}}{8 q_w} \frac{\partial u^*}{\partial r^*} + \frac{\tau_w \bar{U}}{8 q_w} \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \quad (1.21)$$

Introduzindo a equação 1.3 na equação 1.21 ficamos com a equação da energia ainda mais simplificada,

$$\frac{\rho c_p \bar{U} u^*}{k} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + \frac{\rho c_p \bar{U} v^*}{k} \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = \frac{1}{r^* D} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{D} \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right) + \frac{8\tau^*}{D} \left(Br^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} + Br^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \quad (1.22)$$

e como equação final temos,

$$Pe^* u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + Pe^* v^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right) + 8\tau^* Br^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial r^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \quad (1.23)$$

Esta será a equação da energia adimensionalizada, podemos ver que o balanço de calor axial e radial depende directamente do número de Péclet.

1.4.1 – Influência do número de Péclet na variação da temperatura ao longo da conduta

Considerando um balanço de energia num volume de controlo da conduta teremos,

$$q_w D \pi dx + \bar{U} D \pi \tau_w dx = \rho \bar{U} \pi \frac{D^2}{4} c_p d\bar{T} \quad (1.24)$$

a partir da equação generalizada de Brinkman (1.3) e da equação de Péclet (1.6) a equação 1.24 fica:

$$\frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{4}{Pe^*} (1 + 8Br^*) \quad (1.25)$$

Constata-se que para valores de Pe altos $\partial T^* / \partial x^*$ tende para zero. Podemos concluir então que para valores de Péclet altos a condução axial do calor será menos significativa e a segunda derivada da temperatura em ordem a x , que só depende da evolução da tensão de corte na parede em função de x através do número de Brinkman, é também inversamente proporcional ao número de Péclet.

Incluindo a equação (1.25) na equação (1.23) verifica-se que para um escoamento desenvolvido, $v=0$, a solução da equação deixará de depender do número Péclet,

$$4u^*(1 + 8Br^*) = \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{\partial T^*}{\partial x^*} \right) + 8\tau^* Br^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right) \quad (1.26)$$

1.5 – Coeficiente de fricção e número de Nusselt na região completamente desenvolvida e sua delimitação

1.5.1 – Perfil de velocidades completamente desenvolvido

No presente trabalho serão feitos dois estudos distintos do desenvolvimento térmico, um deles com o perfil de velocidades em desenvolvimento juntamente com o perfil de temperaturas; e outro com o perfil de velocidades completamente desenvolvido e o de temperatura em desenvolvimento. O perfil de velocidades completamente desenvolvido será descrito pela equação 1.27 [7]:

$$\frac{u}{\bar{U}} = \frac{3n+1}{n+1} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{(n+1)}{n}} \right] \quad (1.27)$$

Para um fluxo de calor constante na parede na condição fronteira com perfis térmicos completamente desenvolvidos o número de Nusselt é definido para toda a gama de índices de potência pela equação 1.28 [1]:

$$Nu_{\infty} = \frac{8(5n+1)(3n+1)}{31n^2+12n+1} \quad (1.28)$$

Para $n=1$, que corresponde a fluidos Newtonianos o valor será de 4.36.

Para um escoamento completamente desenvolvido o factor de fricção tende para um valor, sendo este só dependente do número de Reynolds, que é definido como factor de fricção de Darcy, f ,

$$f = \frac{64}{Re}. \quad (1.29)$$

1.5.2 – Comprimento hidrodinâmico e térmico de entrada

O comprimento de entrada hidrodinâmico é função do índice de potência, n , e do número de Reynolds, Re . Esta equação é válida para os intervalos de $0.4 < n < 1.5$ e $0 < Re < 1000$. Esta será definida pela equação 1.30 [6]:

$$\frac{L_h}{D} = [(0.246n^2 - 0.675n + 1.03)^{1.6} + (0.0567Re)^{1.6}]^{\frac{1}{1.6}} \quad (1.30)$$

Tal como para a velocidade, o perfil de temperaturas também se altera na entrada da conduta. O comprimento térmico de entrada L_t , quando o perfil de velocidades está completamente desenvolvido, poderá ser estimado utilizando a equação 1.31 [7] que é independente da viscosidade e consequentemente do índice de potência.

$$\frac{L_t}{D} = 0.04RePr = 0.04Pe \quad (1.31)$$

2 - Malhas utilizadas e estudos sobre a fiabilidade de resultados.

Este estudo foi feito seguindo a seguinte linha de raciocínio, o primeiro estudo será o da influência dos resíduos, que será efectuado na malha mais grosseira que será designada por Malha 1, a partir da obtenção da tensão de parede e da temperatura na parede foram efectuados cálculos para obtenção do coeficiente de fricção de Darcy relacionado com a parte hidrodinâmica e do número de Nusselt relacionado com a parte térmica. Depois da obtenção dos factores de fricção de Darcy e dos números de Nusselt será escolhido o valor do resíduo apropriado, em que nos resíduos inferiores os valores calculados já não se alteram. O passo seguinte será testá-los numa malha com um refinamento superior, Malha 2. Será também feito um teste numa malha ainda mais refinada, sendo esta a Malha 3.

2.1 – Malhas utilizadas e sua geração

Um dos principais objectivos deste trabalho é conseguir resultados precisos e fiáveis, para isso foi feito um estudo numa gama de número de Reynolds e dois casos extremos do número de Prandtl. Na gama de número de Reynolds teremos então o estudo para $Re=1$; $Re=10$, $Re=500$ e $Re=1000$. Em Prandtl estudaremos o $Pr=10$ que será o seu máximo e o Pr mínimo que se conseguir obter para cada estudo de Re . Para fluidos newtonianos o índice de potência será igual a 1 ($n=1$), e serão usados como casos extremos índices de potência de 0.2 e 1.5 representando estes os fluidos não-newtonianos puramente viscosos que obedecem à lei de potência.

As malhas em estudo foram obtidas através do programa Gambit 2.3.16 disponibilizado na *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*, estas malhas tinham como característica possuírem células com um “aspect ratio” no máximo igual a 5, estando esse valor máximo presente na célula colocada no cruzamento entre o eixo do tubo e a entrada deste e na célula situada no cruzamento entre parede e a saída da tubagem. Para que isto aconteça a célula situada no cruzamento entre a parede e a entrada terá obrigatoriamente que ter um “aspect ratio” igual a 1. Para se conseguir este tipo de malha é utilizada a função “last/first ratio”, que nos permite impor o rácio entre os comprimentos da última célula e da primeira ao longo de uma dada fronteira. É introduzido no “spacing”, na opção “interval count”, o número de intervalos necessários na fronteira pretendida. Esse número de intervalos é definido com a ajuda do software EES (Engineering Equation Solver), onde foi feita uma base de equações que nos permitiu de uma forma iterativa descobrir o número de intervalos que devemos considerar para cada eixo a partir do tamanho destes, de forma a se alcançar o valor “last/first ratio” pretendido. As simulações foram feitas no software Fluent 6.3.26 disponibilizado pela *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*.

Os seguintes valores apresentados são referentes ao primeiro estudo apresentado (2.2.1.), que representa o estudo de $Re=10$ $Pr=10$ $n=1$.

Será necessária uma malha com mais de 4 diâmetros de comprimento axial, visto o perfil térmico necessitar de 4 diâmetros para se tornar completamente desenvolvido. O

perfil hidrodinâmico só necessitará de cerca de 0.9 diâmetros para se tornar completamente desenvolvido. Com estes valores atribuídos e com o sistema de equações seguintes conseguimos encontrar o número de intervalos para os dois eixos da malha 1:

$$L_{Nx}/L_{1x} = 5 \text{ (rácio entre o comprimento axial da ultima célula e da primeira)}$$

$$L_{Ny}/L_{1y} = 5 \text{ (rácio entre o comprimento radial da ultima célula e da primeira)}$$

$$L_x = 2 \text{ m (comprimento axial da malha)}$$

$$L_y = 0.1 \text{ m (comprimento radial da malha)}$$

$$r_x = (L_{Nx}/L_{1x})^{1/(n_x-1)} \text{ (razão de crescimento dos intervalos no eixo axial)}$$

$$r_y = (L_{Ny}/L_{1y})^{1/(n_y-1)} \text{ (razão de crescimento dos intervalos no eixo radial)}$$

$$n_x = 205 \text{ (número de intervalos no eixo axial) – este valor será calculado no EES}$$

$$n_y = 10 \text{ (número de intervalos no eixo radial) – este valor será calculado no EES}$$

$$L_x = \sum_{n=1}^{n_x} r_x^{n-1} \cdot L_{1x}$$

$$L_y = \sum_{n=1}^{n_y} r_y^{n-1} \cdot L_{1y}$$

$L_{1y}/L_{1x} = a$ (rácio entre as arestas da primeira célula) – este valor tem que tender para o valor unitário, dessa forma será necessário arbitrar os valores de n_x e n_y até conseguir esse valor.

Depois da obtenção do número de intervalos necessário a malha será criada no software Gambit, esta terá 10 intervalos na direcção radial, 205 intervalos na direcção axial e terá 2050 células ao longo de toda a malha. Os tipos de condição fronteira “boundary types” que estão representados na figura 2.1 serão então, na entrada o “mass flow inlet”, na saída “outflow”, no eixo de simetria “axis” e na parede será usada a opção “wall”.

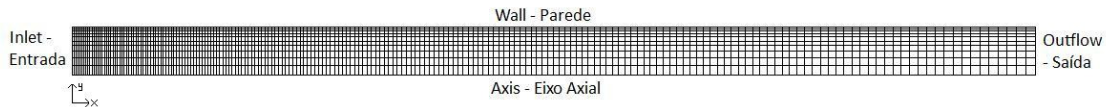


Figura 2. 1 – Malha 1 para o caso de $Re=10$ $Pr=10$ $n=1$ e suas condições fronteira.

Com as características do fluido já definidas de modo a se conseguir os valores impostos a Reynolds e Prandtl, será feita a simulação utilizando a malha anteriormente descrita. A opção axissimétrica foi seleccionada no menu “define – solve”. As características do material são definidas na opção “define – materials”, e as condições fronteira, no menu “define – boudary conditions”, de salientar a alteração de “mass flow inlet” para “velocity inlet” para a entrada, visto esta opção não se encontrar disponível no software Gambit. Na imposição da velocidade, foi escolhido no menu

“velocity specification method” a opção “components” de forma a nos ficar disponível a imposição da velocidade axial e radial, como só existe velocidade axial o valor da velocidade radial será mantido em 0. Outro valor que se terá que introduzir é o fluxo de calor na parede, na condição fronteira da parede.

Na discretização, no menu “solve – control – solutions”, é escolhido esquema QUICK para a discretização do termo convectivo das equações de conservação da quantidade de movimento e da energia. Este método tem precisão numérica de terceira ordem [13].

2.2 – Análise para $Re=10$ e $Pr=10$

2.2.1 – Fluido Newtoniano, análise de resíduos e do refinamento da malha

O estudo dos resíduos é feito primeiro para a parte hidrodinâmica do caso em análise, a iteração é feita para cada valor de resíduo. De seguida é feito o estudo da parte térmica do caso em análise. Partiu-se dos valores de resíduo atribuídos por defeito até se atingir um valor mínimo dos resíduos em estudo.

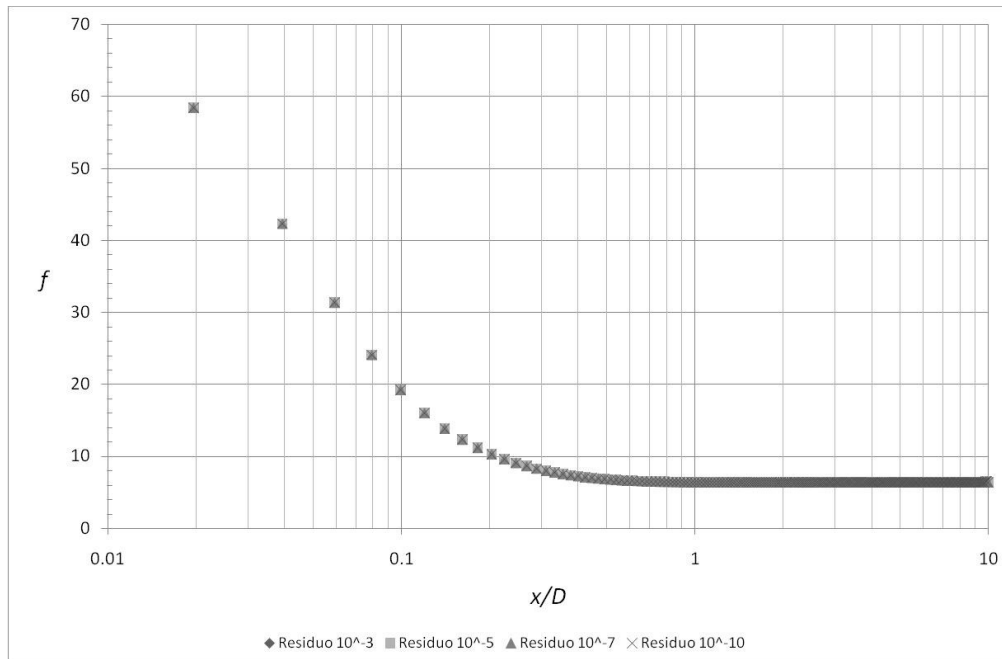


Figura 2. 2 – Variação do coeficiente de fricção “ f ” ao longo do comprimento axial “ x/D ” para resíduos de iteração de 10^{-3} , 10^{-5} , 10^{-7} , 10^{-10} para $Re=10$ $Pr=10$ e $n=1$

A forma mais correcta de representar o coeficiente de fricção de Darcy será representar os valores obtidos numa tabela para vários pontos ao longo da conduta Cf. Tabela 2.1.

Tabela 2. 1 – Valores do coeficiente de fricção de Darcy em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=10$ $Pr=10$

x/D	Coeficiente de Fricção de Darcy							
	Resíduos							
	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}
0.20	10.258320	10.258240	10.258240	10.258240	10.258240	10.258240	10.258240	10.258240
0.40	7.180744	7.177704	7.177608	7.177608	7.177608	7.177608	7.177608	7.177608
0.60	6.559760	6.549600	6.549008	6.548992	6.548992	6.548992	6.548992	6.548992
0.80	6.416896	6.400488	6.399168	6.399120	6.399112	6.399112	6.399112	6.399112
1.00	6.372520	6.353976	6.352048	6.351952	6.351944	6.351944	6.351944	6.351944

Através da figura 2.2, que representa a variação do coeficiente de fricção de Darcy em função do comprimento axial para vários valores de resíduos podemos chegar à conclusão que a sua observação não é a forma mais correcta de analisar o efeito do resíduo, pois estes se alteram na ordem das casas decimais e o gráfico só nos dá uma resolução no valor igual a 2.

O valor do resíduo escolhido nas simulações será então de 10^{-7} , visto para valores inferiores a este resíduo os valores de f se mantêm constantes, não será então necessário um gasto de tempo superior de simulação para se obter valores inferiores de resíduo.

O mesmo esquema foi utilizado para o estudo dos resíduos a utilizar no estudo térmico, o valor por defeito do software Fluent para este caso é de em 10^{-6} , foi-se então iterando até encontrar o valor mínimo de resíduo. Os valores de Nusselt em função da distância axial estão representados na figura 2.3 para quatro resíduos diferentes.

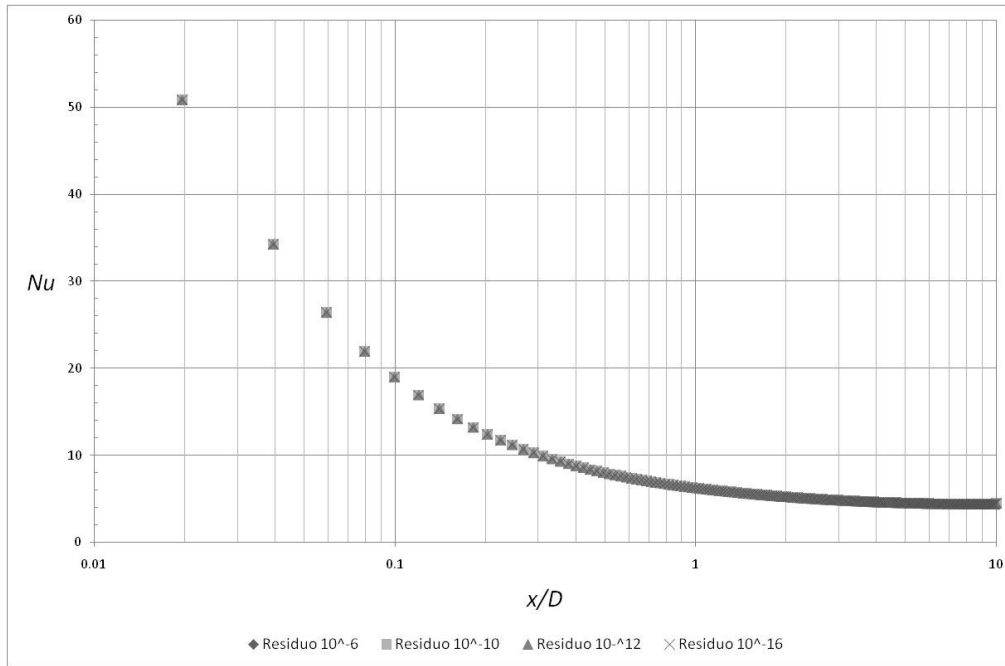


Figura 2.3 – Variação do número de Nusselt ao longo de x/D para resíduos de iteração de 10^{-6} , 10^{-10} , 10^{-12} , 10^{-16} para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1$

De forma idêntica à análise anterior da figura 2.2 este também não permite uma análise muito detalhada, portanto será necessário recorrer à tabela 2.2 que abrange uma gama de resultados de Nu em vários pontos ao longo do tubo.

Tabela 2.2 – Valores do número de Nusselt em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=10$ $Pr=10$

x/D	Número de Nusselt				
	Resíduos				
	10^{-6}	10^{-8}	10^{-10}	10^{-12}	10^{-16}
0.060	9.874426	9.874426	9.874426	9.874426	9.874426
0.100	7.845192	7.845192	7.845192	7.845192	7.845192
0.200	6.178693	6.170978	6.170978	6.170978	6.170978
0.400	5.180510	5.180510	5.180510	5.180510	5.180510
0.800	4.601611	4.601611	4.601611	4.601611	4.601611
1.600	4.361980	4.358134	4.358134	4.358134	4.358134

Podemos concluir então que o efeito dos resíduos, para um Prandtl igual a 10 e Reynolds igual a 10, no perfil térmico, e consequentemente no cálculo de Nusselt é praticamente indiferente, mas como a simulação na parte térmica é muito rápida no software usado, foi decidido utilizar um resíduo de iteração igual a 10^{-12} , assim qualquer erro será minimizado sem custos significativos no tempo da simulação.

Sabendo já qual o valor de resíduo que deveremos utilizar nas iterações é então realizado o estudo de refinamento da malha, este refinamento é feito a partir do software Gambit para que a estrutura refinada tenha um perfil de malha semelhante à da malha mais grosseira. Com base nos mesmos cálculos acima descritos obtivemos uma malha

(malha 2) com 20 intervalos no eixo radial e 405 intervalos no eixo axial contendo esta 8100 células ao invés das 2050 células na malha 1. Como é possível ver pelas figuras 2.4 e 2.5 cada célula da malha 1 comporta aproximadamente 4 células da malha com este refinamento no mesmo local. No segundo refinamento, que dá origem à malha 3, o eixo axial comporta 805 intervalos e 40 intervalos no eixo radial, ficando então com 32200 células. Neste caso, cada célula da malha 1 num determinado local, consegue abranger aproximadamente 16 células na malha com um refinamento maior – figura 2.6.

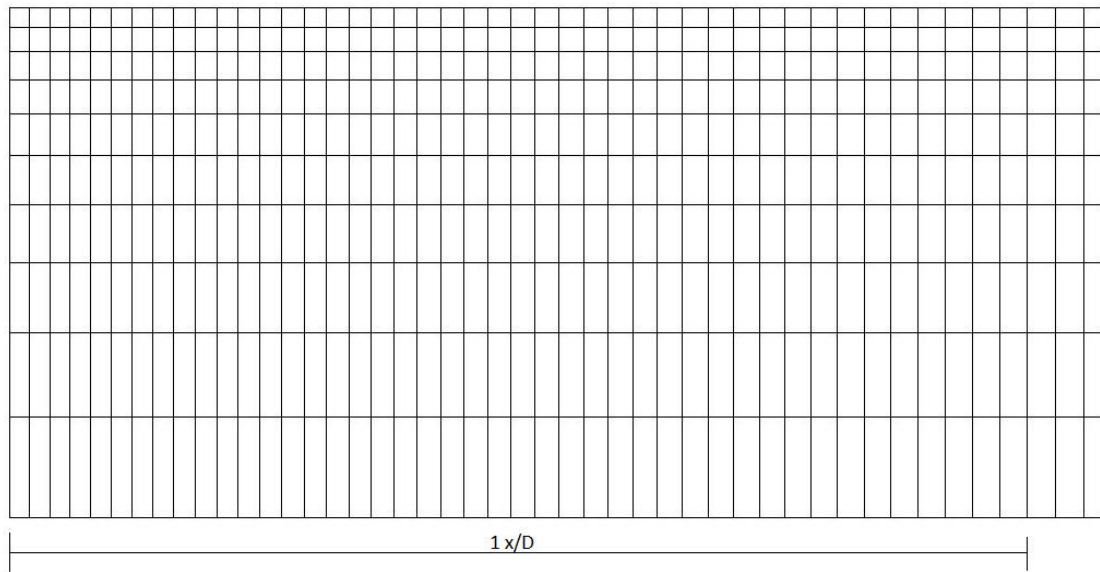


Figura 2. 4 – Representação da malha 1 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=10$ $Pr=10$

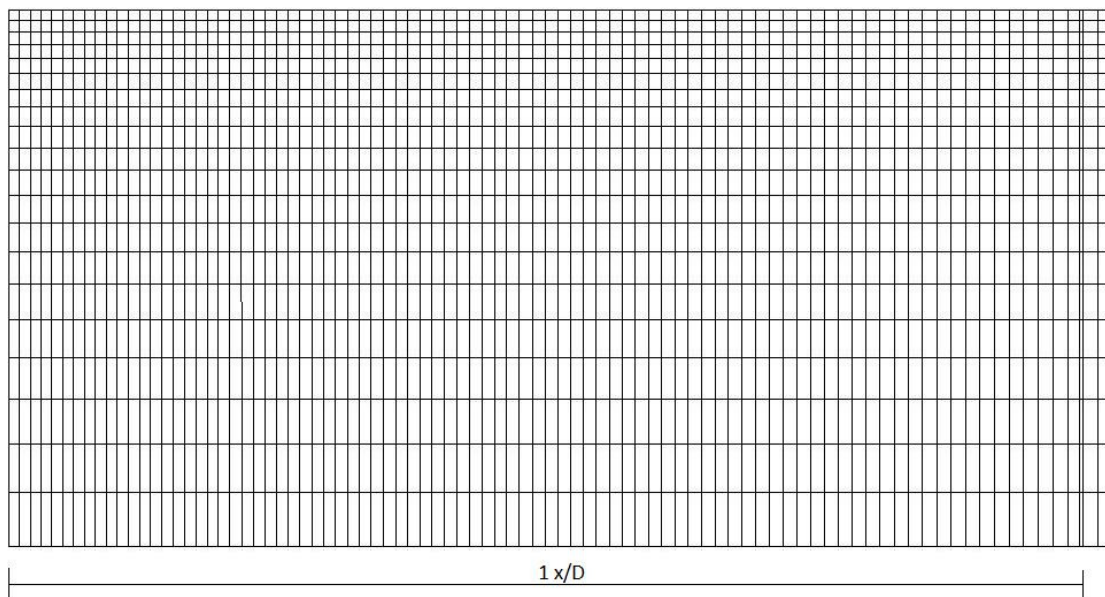


Figura 2. 5 – Representação da malha 2 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=10$ $Pr=10$

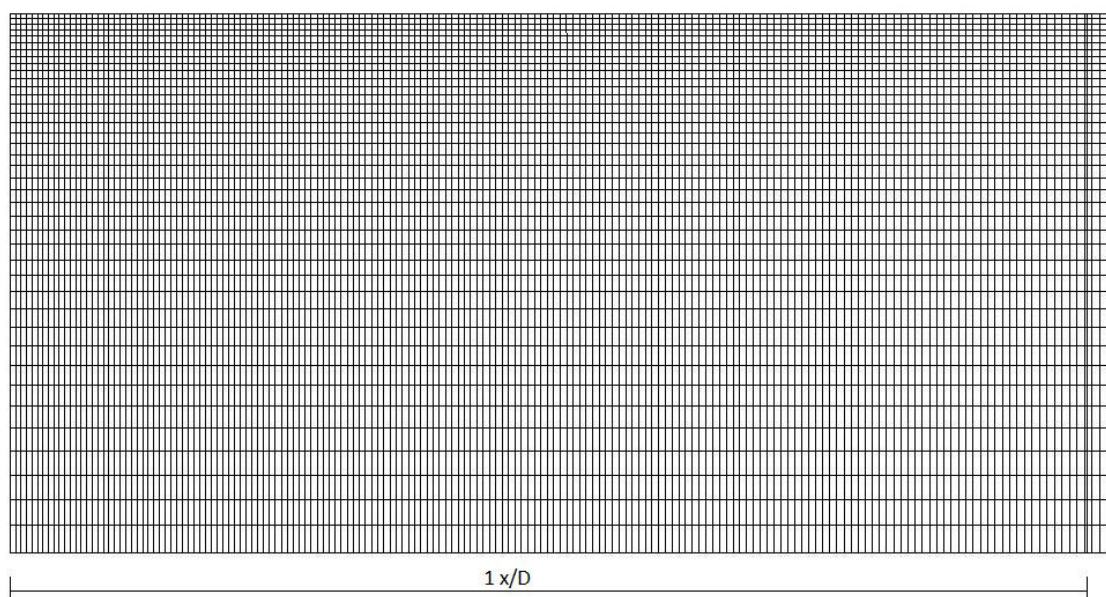


Figura 2. 6 – Representação da malha 3 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=10$ $Pr=10$

Na tabela 2.3 é apresentado o número de intervalos, células da malha e o rácio entre o número de células de uma malha em relação à malha 1 das três malhas utilizadas neste caso.

Tabela 2. 3 – Número de intervalos no eixo axial e radial e respectivo número de células e o rácio do número células para os três tipos de malhas estudadas em $Re=10$ e $Pr=10$ $n=1$

	Intervalos direcção axial	Intervalos direcção radial	Número de células	Rácio do número de células Malha n / Malha 1
Malha 1	205	10	2050	1.00
Malha 2	405	20	8100	3.95
Malha 3	805	40	32200	15.71

A figura 2.7 mostra o efeito dos três tipos de refinamento usados no desenvolvimento do f em função da distância axial, para um resíduo de iteração de valor igual a 10^{-7} .

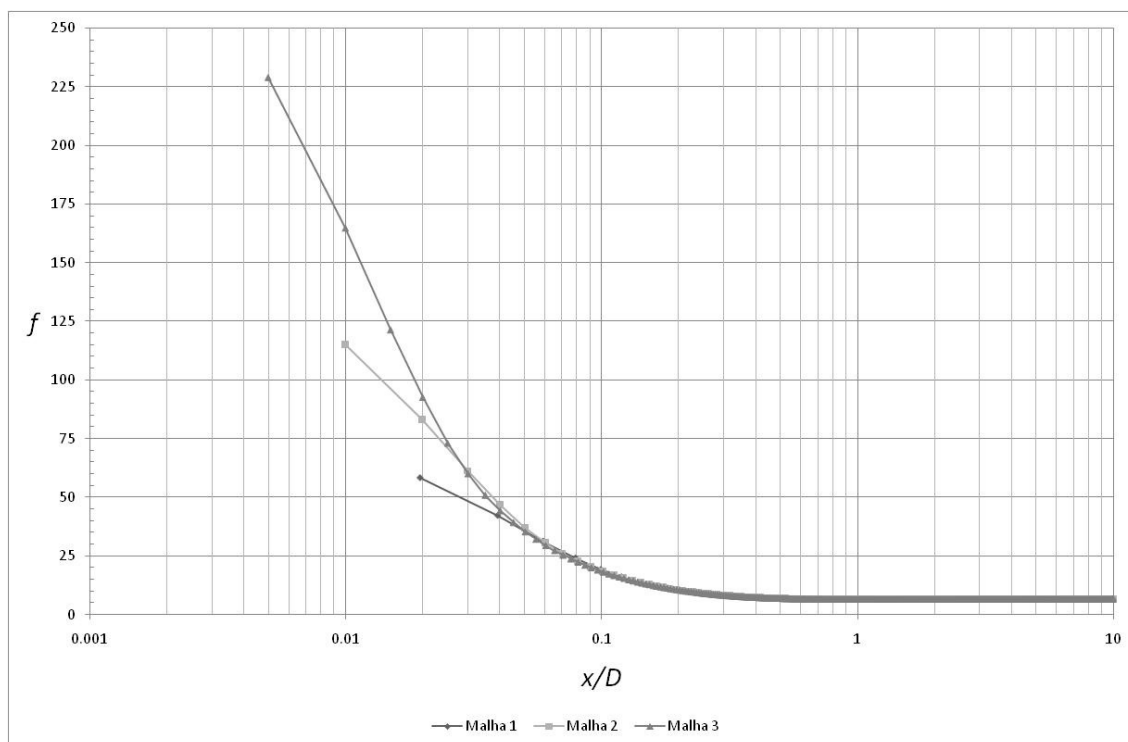


Figura 2. 7 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1$

No caso de estudo do perfil térmico, a mesma análise foi feita e será representada na figura 2.8.

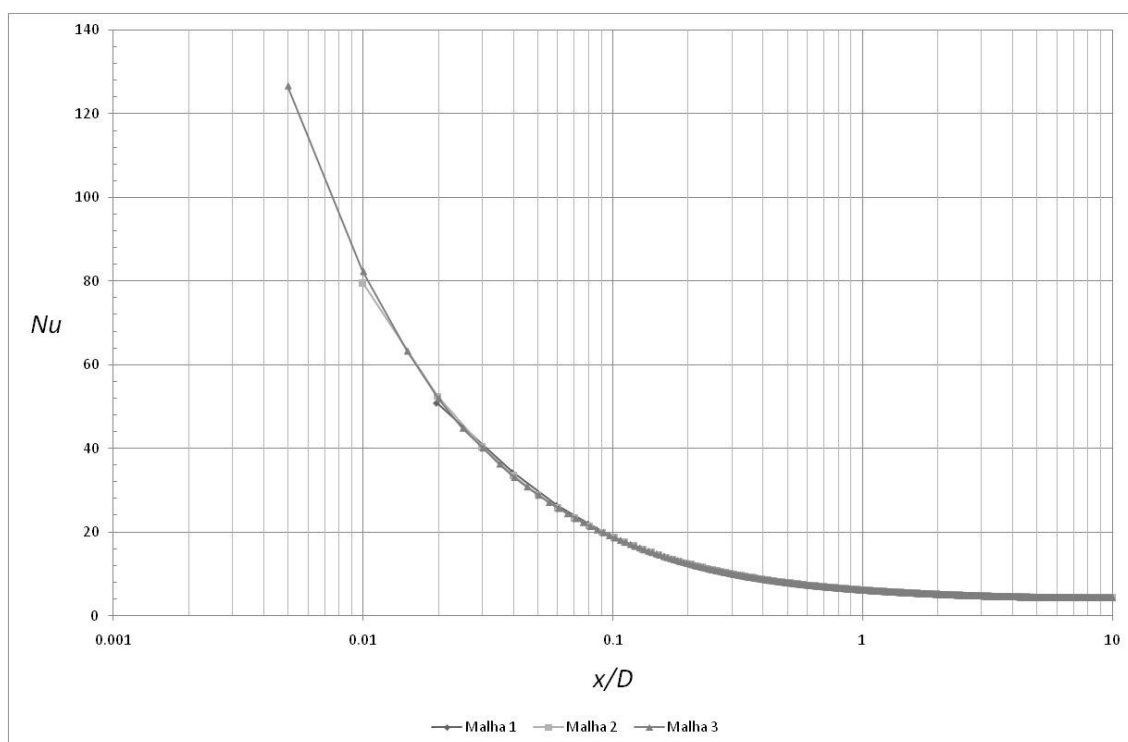


Figura 2. 8 – Evolução do Nu em função do x/D para três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1$

Como é possível observar, sendo mais evidente na figura 2.7, quando o perfil ainda se está a desenvolver na zona de entrada, neste caso o de velocidades, os valores sofrem grandes diferenças entre a malha mais refinada e as outras. Estas diferenças deixam de se notar aproximadamente a partir da terceira célula computacional, o que é cerca de 8% de diâmetro no comprimento axial para a malha 1. No desenvolvimento térmico, essas diferenças não são tão pronunciadas. Visto a diferença entre os dois últimos refinamentos só se notar até 6% do comprimento axial será utilizado sempre o refinamento intermédio nas futuras simulações.

As mesmas malhas serão utilizadas para as simulações com valores diferentes do índice de potência para os casos de $Re=10$ e $Pr=10$, pois a alteração do comprimento necessário para o desenvolvimento do perfil de velocidades não é significativo com a alteração do índice de potência. Diferentes malhas serão usadas para estudos de Reynolds diferentes, cada caso necessitará de comprimentos de conduta diferentes para que os perfis, hidrodinâmico e térmico, se desenvolvam plenamente.

2.2.2 – Fluidos lei de potência, introdução

No software Fluent, é seleccionado o modelo reológico no painel “*materials*” onde é escolhida a opção “non-newtonian-power-law”, o modelo lei de potência é implementado pelo Fluent de acordo com a seguinte equação:

$$\eta = k\dot{\gamma}^{n-1}e^{T_0/T}$$

As cinco constantes a introduzir são, o do valor de k que é o índice de consistência, o valor do índice de potência n , o valor de temperatura de referência T_0 , zero neste caso pois admitiu-se que a viscosidade não varia com a temperatura, e o valor mínimo e máximo do limite da viscosidade, que são também solicitados pelo programa Fluent. Usando os valores de resíduo já definidos anteriormente para o estudo hidrodinâmico e térmico, estudar-se-á então a influência dos intervalos de viscosidade superior e inferior nos valores de f e Nu , até que estes tendam para o valor esperado em perfis completamente desenvolvidos. Esses limites são em seguida usados para as malhas de refinamento intermédio e refinamento maior.

A figura 2.9 exemplifica o comportamento da viscosidade em função da taxa de deformação:

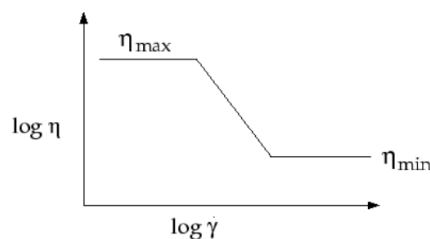


Figura 2. 9 – Variação da viscosidade em função da taxa de deformação de acordo com a lei de potência

Será muito importante a escolha dos limites máximos e mínimos da viscosidade, visto estes poderem não abranger toda a variação da viscosidade com a modificação da taxa de deformação.

A tabela 2.4 apresenta os limites de viscosidades superiores e inferiores de 10 vezes, 10^2 vezes, 10^3 vezes e 10^4 do valor do índice de consistência, supondo que este tenha valores de $k=0.5$, $k=1$ e $k=2$.

Tabela 2. 4 – Valores máximos e mínimos da viscosidade para intervalos de 10, 10^2 , 10^3 , 10^4 para índices de consistência de $k=0.5$, $k=1$, $k=2$

Índice de Consistência k	10		10^2		10^3		10^4	
	Viscosidade		Viscosidade		Viscosidade		Viscosidade	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
0.5	0.05	5	0.005	50	0.0005	500	0.00005	5000
1	0.1	10	0.01	100	0.001	1000	0.0001	10000
2	0.2	20	0.02	200	0.002	2000	0.0002	20000

2.2.3 – Fluido lei de potência, $n=1.5$ análise de intervalos de viscosidade

Serão agora analisados os valores de f e de Nu em função do x/D para as gamas de intervalo de viscosidade de 10, 20, 50 e 100 vezes, esses valores serão apresentados nas tabelas 2.5 e 2.6.

Com os resultados obtidos tanto para o valor de f e de Nu podemos concluir que o intervalo de 20 vezes para a viscosidade já seria suficiente, na mesma será utilizado um intervalo de 50 vezes para minimizar possíveis erros ao longo da conduta.

Tabela 2. 5 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ e $n=1.5$

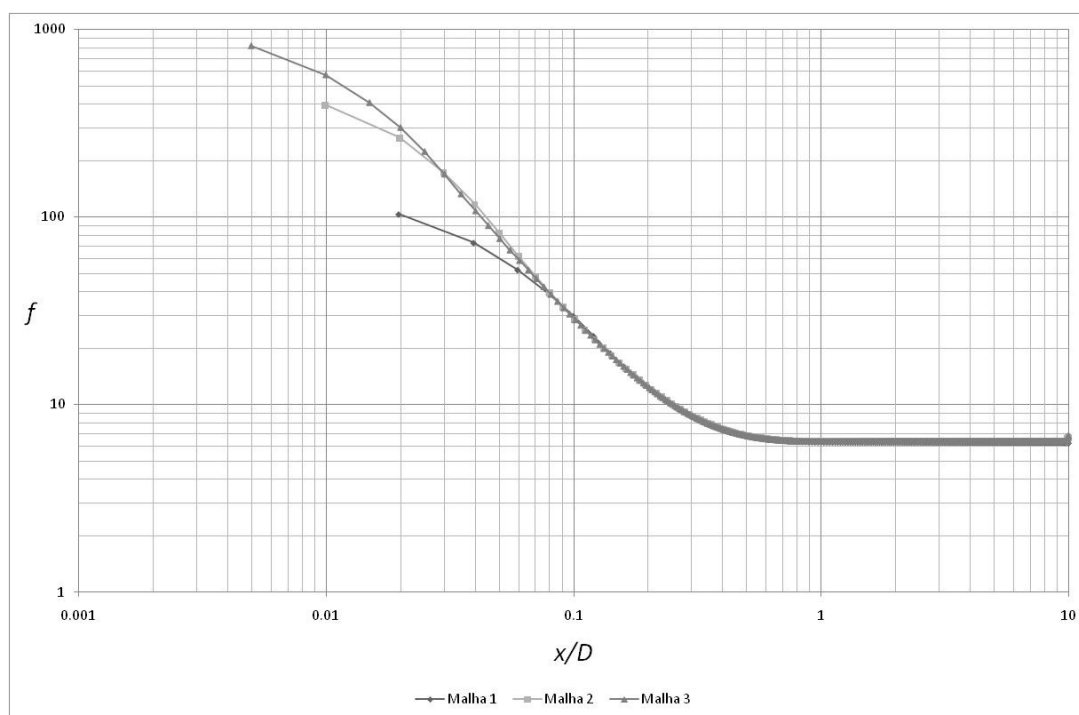
x/D	Coeficiente de Fricção de Darcy			
	Resíduo 10^{-7}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 20$	$\times 50$	$\times 100$
0.20	12.177280	12.161920	12.161920	12.161920
0.40	7.374024	7.374632	7.374632	7.374632
0.80	6.348368	6.348432	6.348432	6.348432
1.60	6.296528	6.296528	6.296528	6.296528
6.00	6.297408	6.297408	6.297408	6.297408

Tabela 2. 6 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ e $n=1.5$

x/D	Número de Nusselt			
	Resíduo 10^{-12}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 20$	$\times 50$	$\times 100$
0.20	11.885586	11.885586	11.885586	11.885586
0.40	8.436073	8.436073	8.436073	8.436073
0.80	6.433190	6.433190	6.433190	6.433190
1.60	5.314835	5.314835	5.314835	5.314835
6.00	4.268628	4.268628	4.268628	4.268628

2.2.4 – Fluido lei de potência, $n=1.5$ análise do refinamento da malha

Relativamente ao refinamento da malha as figuras 2.10 e 2.11 mostram os resultados obtidos.

**Figura 2. 10 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.5$**

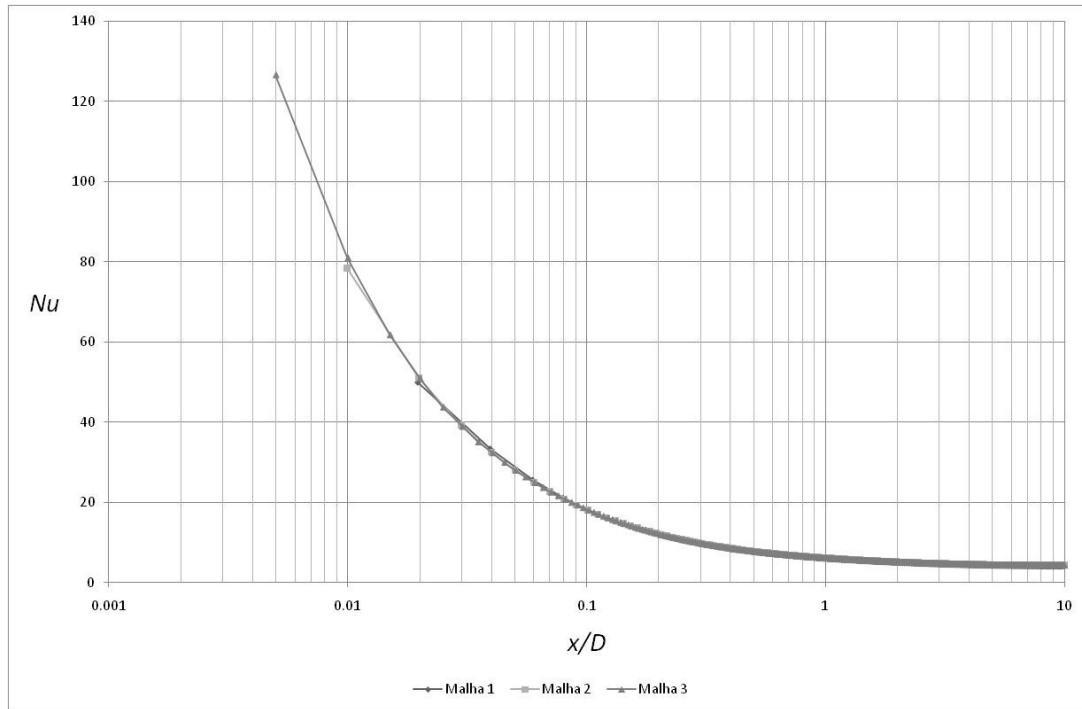


Figura 2. 11 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.5$

As conclusões que tiramos da análise das figuras 2.10 e 2.11 são idênticas às do primeiro caso (2.2.1.), com o aumento do refinamento os valores de Nusselt não sofrem mudanças significativas, quanto ao valor coeficiente de fricção isso já não acontece, principalmente na entrada. É notório que para a malha mais grosseira será cometido um erro com algum relevo até a um comprimento axial de 8% de diâmetro. A tabela 2.6 é alusiva à secção onde o perfil de velocidades está plenamente desenvolvida, podemos concluir que o resultado da malha grosseira (malha 1) se afasta um pouco da solução ótima, não acontecendo o mesmo problema para as malhas mais refinadas. A tabela 2.7 mostra-nos que na zona de velocidades completamente desenvolvida o f tende para o valor esperado, $f=6.4$.

Tabela 2. 7 – Valor de f para 6.5 diâmetros nas três malhas estudadas $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.5$

x/D	Refinamento		
	Malha 1	Malha 2	Malha 3
6.5	6.297408	6.376520	6.394312

2.2.5 – Fluido lei de potência, $n=0.2$ análise de intervalos de viscosidade

Iremos agora apresentar os valores e resultados do caso limite ($n=0.2$) para um fluido pseudo plástico, os valores dos resíduos para a simulação hidrodinâmica e térmica a utilizar serão iguais aos obtidos no estudo 2.2.1.

O estudo da influência dos intervalos de viscosidade no desenvolvimento do f e do Nu em função do x/D será feito para intervalos de 10, 10^2 , 10^3 , 10^4 vezes o valor do k

para os limites superior e inferior da viscosidade. Os seus valores serão apresentados nas tabelas 2.8 e 2.9.

Tabela 2. 8 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Coeficiente de fricção de Darcy				
	Resíduo 10^{-7}				
	Intervalo de viscosidade				
	$\times 10^1$	$\times 10^2$	$\times 10^3$	$\times 10^4$	$\times 10^5$
0.20	7.182180	7.175560	7.175280	7.175280	7.175280
0.40	6.612680	6.597160	6.595340	6.595420	6.595420
0.80	6.415160	6.408440	6.405120	6.405300	6.405300
1.60	6.332440	6.343760	6.341440	6.341700	6.341700
6.00	6.316060	6.322860	6.322960	6.323200	6.323200

Tabela 2. 9 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Número de Nusselt				
	Resíduo 10^{-12}				
	Intervalo de viscosidade				
	$\times 10^1$	$\times 10^2$	$\times 10^3$	$\times 10^4$	$\times 10^5$
0.20	15.405032	15.405032	15.405032	15.405032	15.405032
0.40	10.962080	10.937820	10.937820	10.937820	10.937820
0.80	8.302876	8.288951	8.275072	8.275072	8.275072
1.60	6.780415	6.808436	6.799070	6.808436	6.808436
6.00	5.523224	5.554260	5.560509	5.560509	5.560509

O valor escolhido para o intervalo de viscosidade é de 10^4 vezes o valor do índice de consistência.

2.2.6 - Fluido lei de potência, $n=0.2$ análise do refinamento da malha

Para finalizar é feito o estudo do refinamento da malha – figura 2.12 e 2.13 - para um resíduo de iteração de 10^{-7} (estudo hidrodinâmico) e de 10^{-12} (estudo térmico) com limites para o intervalo de viscosidade de 10^4 vezes superior e inferior ao valor do índice de consistência utilizado.

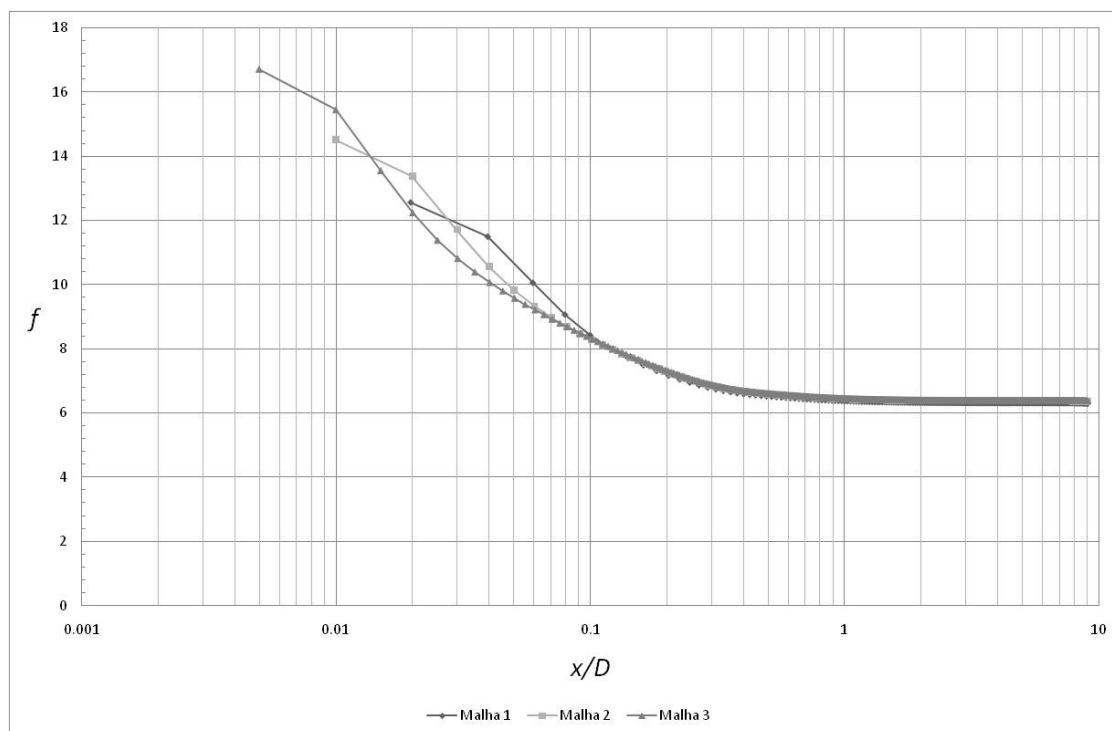


Figura 2. 12 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$

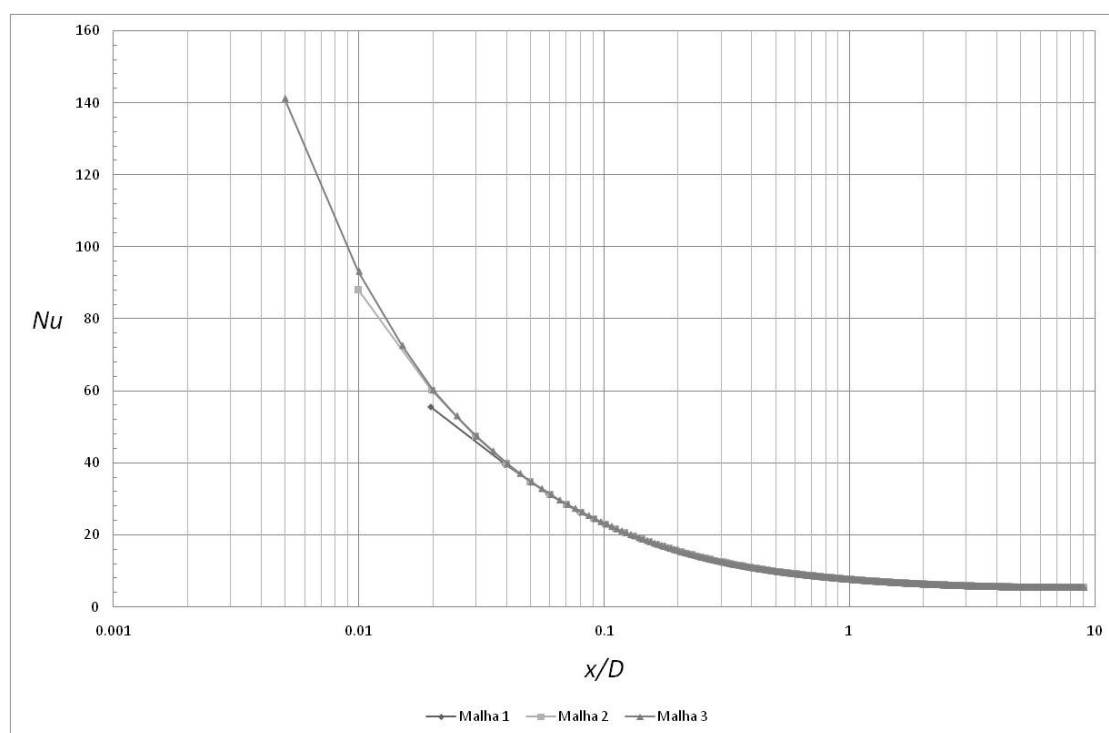


Figura 2. 13 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$

A tabela 2.10 mostra-nos que na zona de velocidades completamente desenvolvida o f tende para o valor esperado, $f=6.4$.

Tabela 2. 10 – Valor de f para 6.5 diâmetros nas três malhas estudadas $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Malha 1	Malha 2	Malha 3
6.5	6.322080	6.379560	6.394250

Podemos concluir que a malha 2 já nos dá valores com bastante precisão, o tempo de simulação para o refinamento maior não compensaria a melhoria de precisão de resultados.

2.2.7 – Fluido lei de potência, $n=0.9$ análise de intervalos de viscosidade

Neste estudo serão analisados os intervalos de viscosidade de 10, 20, 50, 100 vezes do valor de k . Os resultados obtidos do coeficiente de fricção e do número de Nusselt em função de x/D estão representados nas tabelas 2.11 e 2.12 respectivamente.

Tabela 2. 11 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.9$

Coeficiente de fricção de Darcy				
x/D	Resíduo 10^{-7}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 20$	$\times 50$	$\times 100$
0.20	9.907340	9.907340	9.907340	9.907340
0.40	7.130900	7.130900	7.130900	7.130900
0.80	6.409820	6.409820	6.409820	6.409820
1.60	6.337500	6.337500	6.337500	6.337500
6.00	6.335400	6.335400	6.335400	6.335400

Tabela 2. 12 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.9$

Número de Nusselt				
x/D	Resíduo 10^{-12}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 20$	$\times 50$	$\times 100$
0.20	12.549541	12.549541	12.549541	12.549541
0.40	8.843643	8.843643	8.843643	8.843643
0.80	6.712797	6.712797	6.712797	6.712797
1.60	5.535068	5.535068	5.535068	5.535068
6.00	4.469354	4.469354	4.469354	4.469354

O intervalo de viscosidade escolhido foi de 10 vezes do valor de k .

2.2.8 - Fluido lei de potência, $n=0.9$ análise do refinamento da malha

As figuras 2.14 e 2.15 representam o estudo do refinamento das malhas.

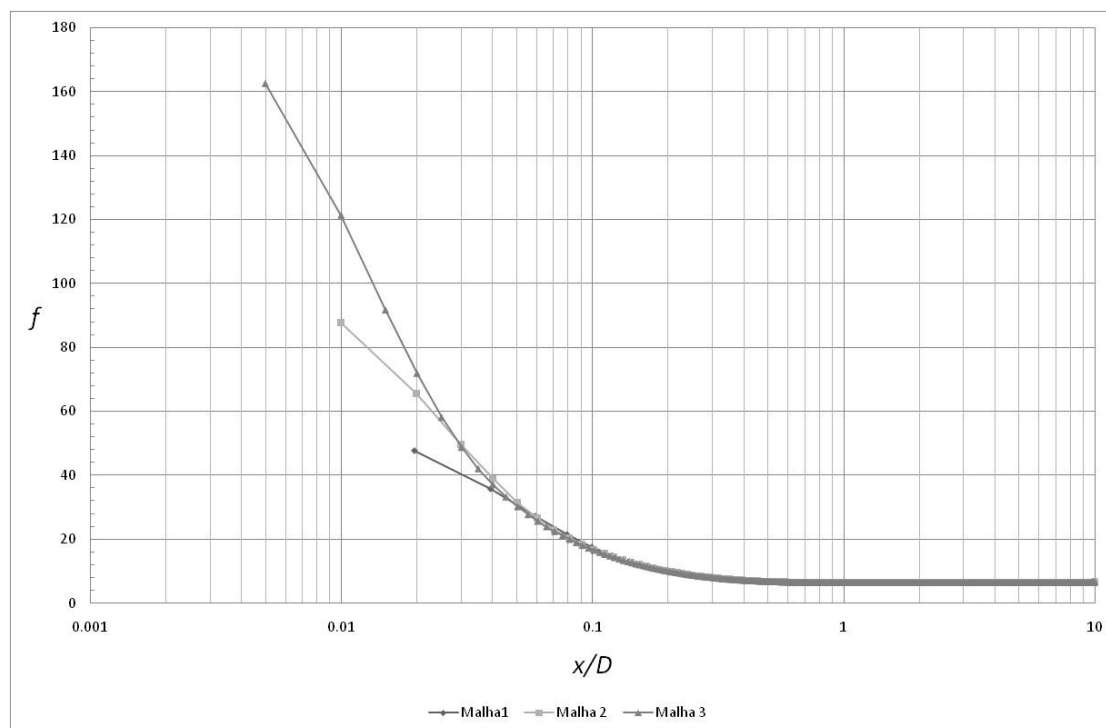


Figura 2. 14 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.9$

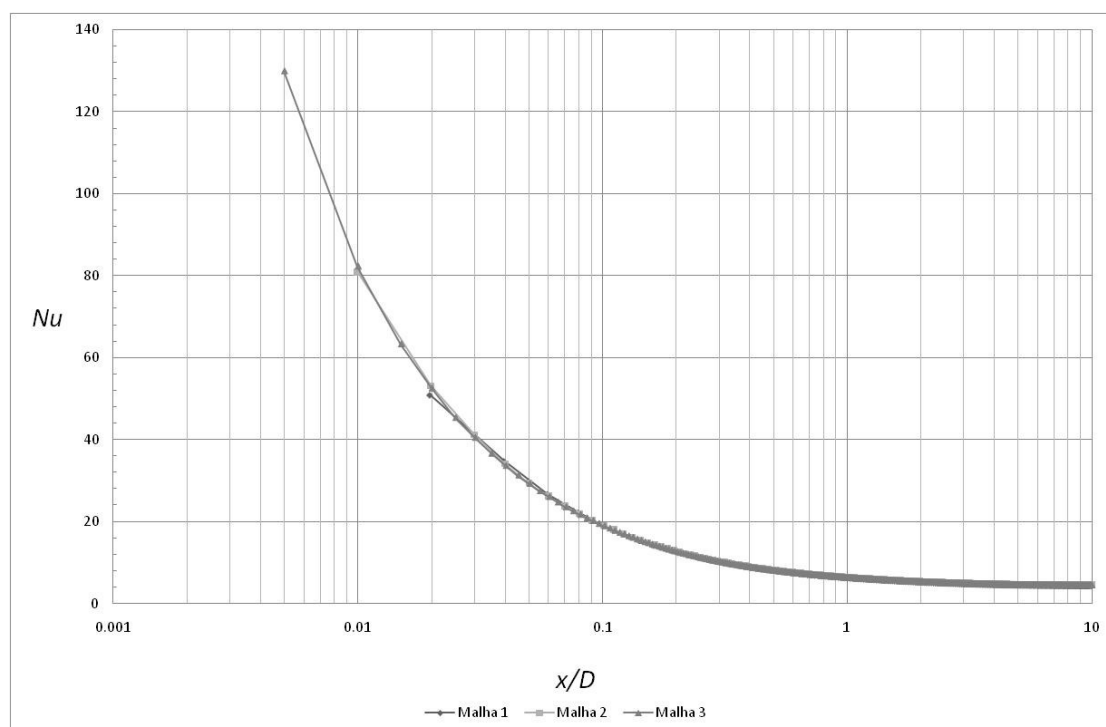


Figura 2. 15 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.9$

A malha 2 será então sempre a malha escolhida para índices de potência entre o valor limite $n=0.2$ e $n=0.9$. Os valores deste só diferem da malha refinada até 8% do diâmetro no comprimento axial.

2.2.9 – Fluido lei de potência, $n=1.1$ análise de intervalos de viscosidade

Neste estudo serão estudados os intervalos de viscosidade de 10, 20, 50, 100 vezes do valor de k . Os resultados obtidos do coeficiente de fricção e do número de Nusselt em função de x/D estão representados nas tabelas 2.13 e 2.14 respectivamente.

Tabela 2. 13 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.1$

x/D	Coeficiente de fricção de Darcy			
	Resíduo 10^{-7}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 20$	$\times 50$	$\times 100$
0.20	10.615140	10.615140	10.615140	10.615140
0.40	7.221480	7.221480	7.221480	7.221480
0.80	6.388520	6.388520	6.388520	6.388520
1.60	6.325300	6.325300	6.325300	6.325300
6.00	6.324880	6.324880	6.324880	6.324880

Tabela 2. 14 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.1$

x/D	Número de Nusselt			
	Resíduo 10^{-12}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 20$	$\times 50$	$\times 100$
0.20	12.269158	12.269158	12.269158	12.269158
0.40	8.672934	8.672934	8.672934	8.672934
0.80	6.587534	6.587534	6.587534	6.587534
1.60	5.437631	5.437631	5.437631	5.437631
6.00	4.382172	4.382172	4.382172	4.382172

O intervalo de viscosidade escolhido foi de 10 vezes do valor de k .

2.2.10 - Fluido lei de potência, $n=1.1$ análise do refinamento da malha

As figuras 2.16 e 2.17 representam o estudo do refinamento das malhas.

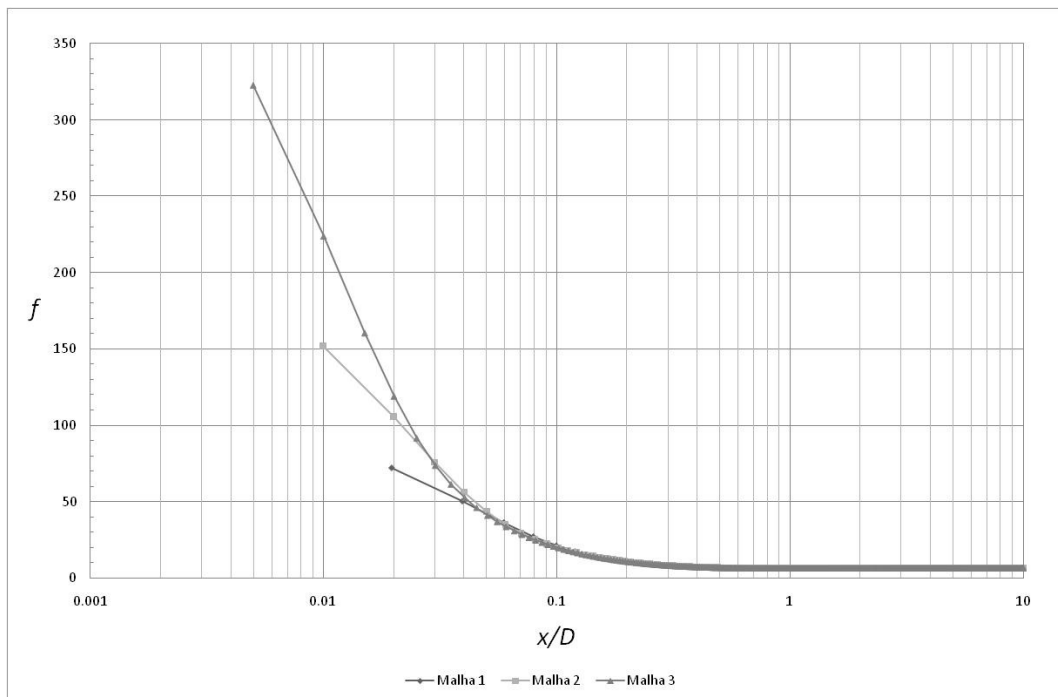


Figura 2. 16 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.1$

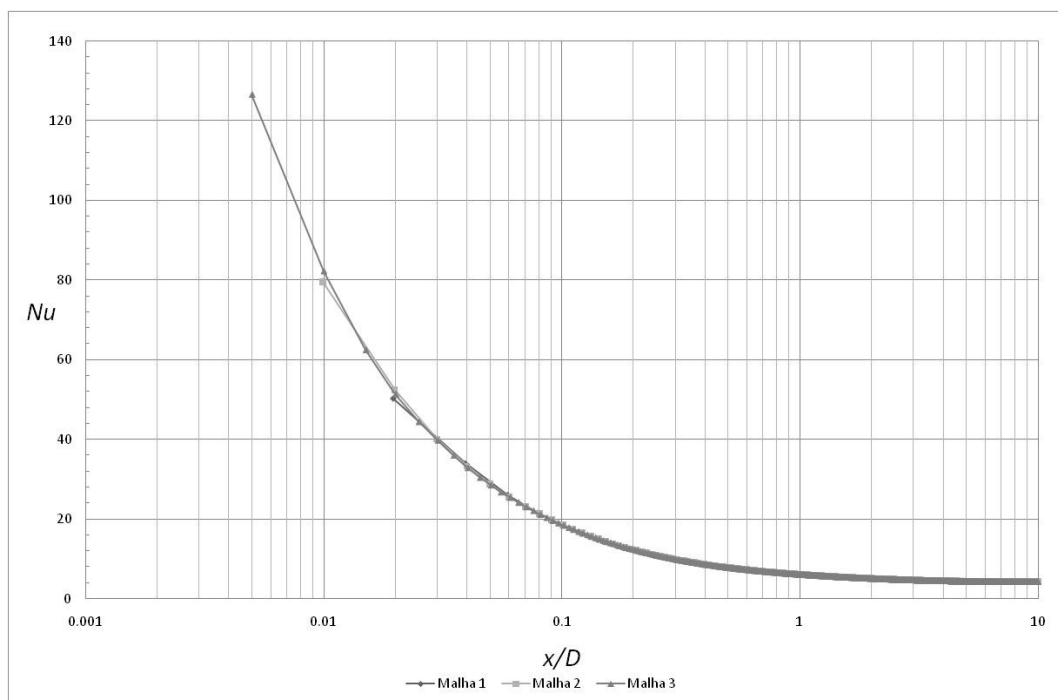


Figura 2. 17 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.1$

Para $Re=10$ e $Pr=10$ consegue-se resíduos de iteração com valores baixos. É possível ver na secção 2.2.1. que para um resíduo de sete casas decimais os valores já seriam óptimos. Isto acontece para toda a gama pretendida de estudo, sejam os fluidos Newtonianos ou não-Newtonianos que obedecem à lei de potência. Nos resíduos de

iteração para o estudo térmico já se obteria valores fiáveis para um resíduo de 10^{-8} , mas como simulação térmica no software Fluent é extremamente rápida será sempre usado o valor de resíduo de 10^{-12} . O refinamento intermédio já nos dará soluções precisas, não sendo necessário recorrer a um refinamento maior e consequente maior tempo em cada simulação.

2.3. – Análise para $Re=1$ e $Pr=10$

2.3.1 – Estudo da malha

Irá ser estudado um dos casos limite do número de Reynolds ($Re=1$). O valor de Prandtl será igual a 10. Como será necessário 60% de diâmetro de comprimento axial para o perfil hidrodinâmico se tornar totalmente desenvolvido e 40% de diâmetro para o regime térmico ser totalmente desenvolvido, foi feita uma nova malha com um raio de 0.1 metro e um comprimento axial de três diâmetros. A tabela 2.15 indica o número de intervalos nas direcções axial e radial, o número de células e o rácio entre a malha estudada e a malha 1, para as três malhas em estudo. A malha 1 será a malha mais grosseira, a malha 2 será refinada e a malha 3 será também refinada, mas com um nível de refinamento maior.

Tabela 2. 15 – Número de intervalos no eixo axial e radial e respectivo número de células e o rácio do número células para os três tipos de malhas estudadas em $Re=1$ e $Pr=10$

	Intervalos direcção axial	Intervalos direcção radial	Número de células	Rácio do número de células Malha n / Malha 1
Malha 1	60	10	600	1.00
Malha 2	120	20	2400	4.00
Malha 3	240	40	9600	16.00

2.3.2 – Fluido Newtoniano, análise de resíduos e do refinamento da malha

Será feito o estudo da influência do valor do resíduo no cálculo do f e do Nu ao longo da tubagem para $Re=1$, $Pr=10$ e $n=1$. Os resultados obtidos serão apresentados nas tabelas 2.16 e 2.17.

Tabela 2. 16 – Valores do coeficiente de fricção de Darcy em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=1$ $Pr=10$

x/D	Coeficiente de Fricção de Darcy					
	Resíduos					
	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-10}
0.040	406.04400	406.04400	406.04400	406.04400	406.04400	406.04400
0.080	220.70960	220.70720	220.70720	220.70720	220.70720	220.70720
0.160	120.60240	120.59040	120.58880	120.58880	120.58880	120.58880
0.320	71.12064	71.08648	71.08368	71.08344	71.08344	71.08344
0.640	63.62736	63.60816	63.60664	63.60656	63.60648	63.60648
1.600	63.30320	63.30312	63.30312	63.30312	63.30312	63.30312

Tabela 2. 17 – Valores do número de Nusselt em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=1$ $Pr=10$

x/D	Número de Nusselt				
	Resíduos				
	10^{-6}	10^{-8}	10^{-10}	10^{-12}	10^{-16}
0.040	17.737457	17.737457	17.737457	17.737457	17.737457
0.080	11.367693	11.367693	11.367693	11.367693	11.367693
0.160	7.528401	7.528401	7.528401	7.528401	7.528401
0.320	5.697320	5.697320	5.697320	5.697320	5.697320
0.640	4.834943	4.834943	4.834943	4.834943	4.834943
1.600	4.531537	4.531537	4.531537	4.531537	4.531537

A partir de resíduos de iteração abaixo de 10^{-6} já teríamos valores de f estabilizados, mas vamos manter o valor dos resíduos de iteração do estudo hidrodinâmico no valor de 10^{-7} . No estudo térmico como se pode ver pelos valores da tabela 2.17, a partir de valores residuais de 10^{-6} já conseguiríamos obter resultados satisfatórios, mas vai-se manter o valor do resíduo em 10^{-12} .

As figuras 2.17 e 2.18 representam o efeito do refinamento da malha nos valores do f e de Nu em função do comprimento axial em diâmetros.

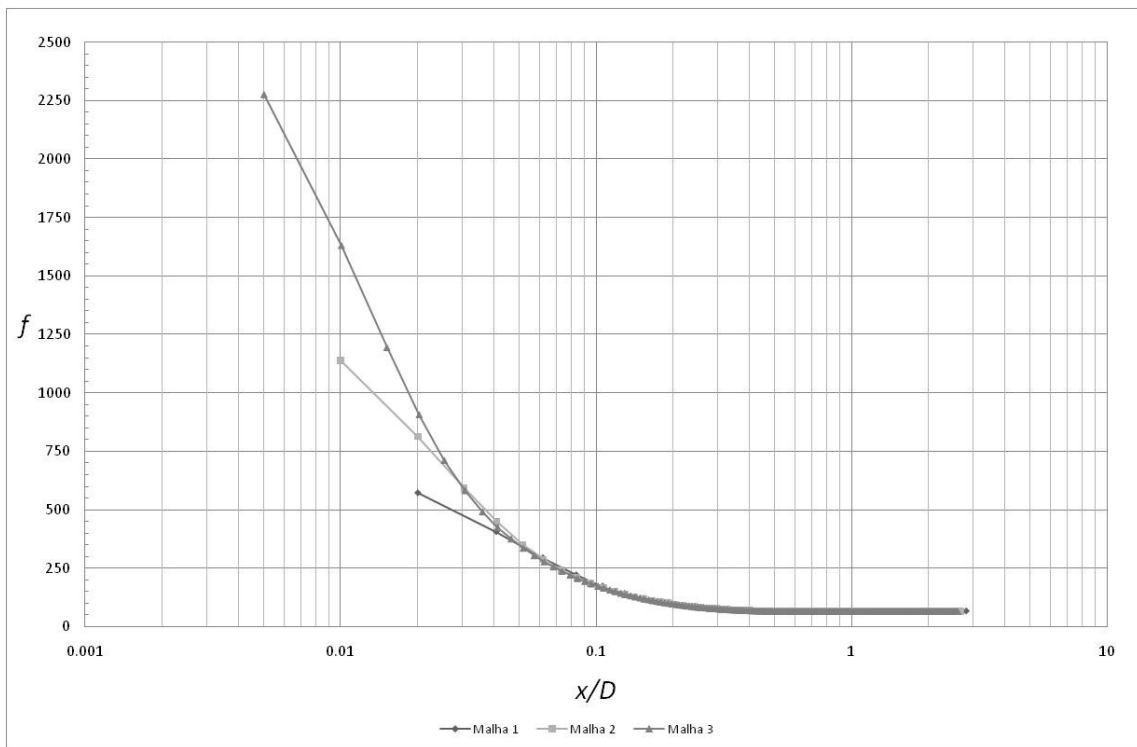


Figura 2. 18 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1$

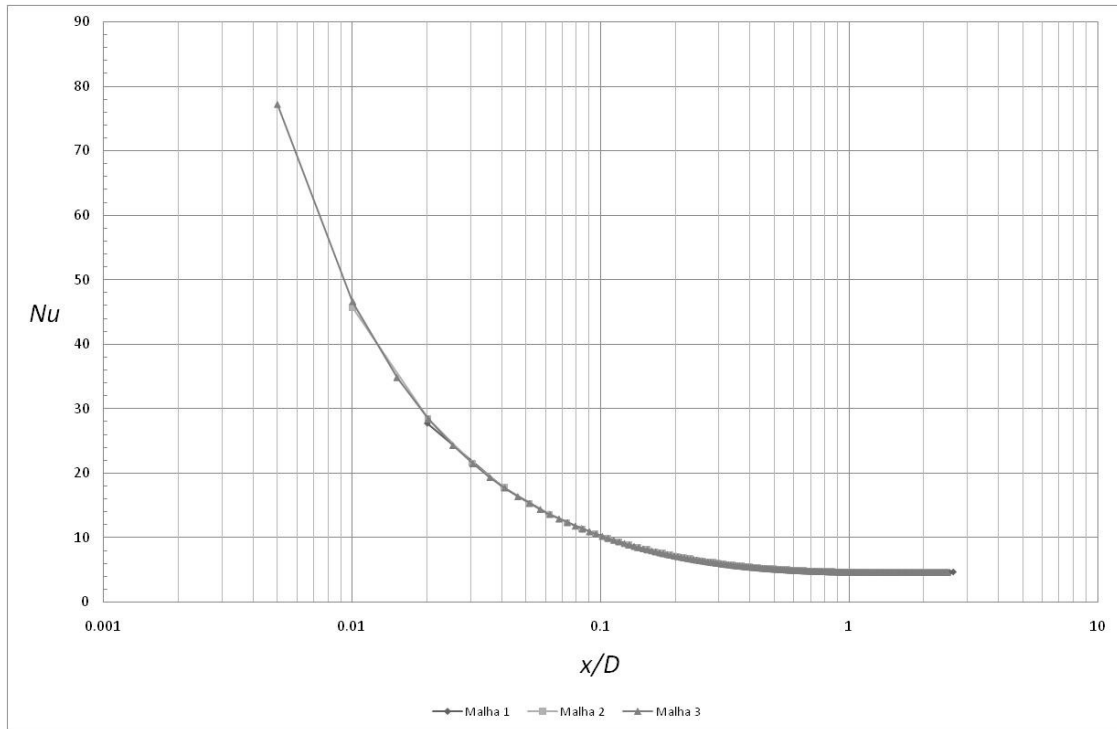


Figura 2. 19 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1$

Para este caso em estudo, os resultados do estudo térmico não sofrem alterações significativas com o aumento de refinamento da malha. No estudo hidrodinâmico a partir de 8% do diâmetro no comprimento da conduta os valores de f das três malhas coincidem.

Para este tipo de estudos poderá ser utilizado o refinamento maior visto o tempo de simulação não ser muito grande, mas o uso do refinamento intermédio já nos dará valores muito aproximados.

2.3.3 – Fluido lei de potência, $n=0.2$ análise de intervalos de viscosidade

O desenvolvimento do perfil hidrodinâmico depende do índice de potência, neste caso será necessário 90% do diâmetro no comprimento axial que este perfil se torne completamente desenvolvido. Será mantida a mesma malha do caso anterior visto ter 3 diâmetros de comprimento axial. Os mesmos resíduos serão mantidos em relação ao caso do índice de potência $n=1$, então teremos um resíduo de 10^{-7} para o estudo hidrodinâmico e um resíduo de 10^{-12} para o estudo térmico.

As tabelas 2.18 e 2.19 representam os valores de f e de Nu ao longo da conduta para vários intervalos de viscosidade.

Tabela 2. 18 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Coeficiente de fricção de Darcy				
	Resíduo 10^{-7}				
	Intervalo de viscosidade				
	$\times 10^1$	$\times 10^2$	$\times 10^3$	$\times 10^4$	$\times 10^5$
0.040	111.52448	111.50176	111.50176	111.50176	111.50176
0.080	87.05856	87.02880	87.02880	87.02880	87.02880
0.160	72.20128	72.15840	72.15872	72.15872	72.15872
0.320	66.15584	66.06048	66.06112	66.06144	66.06144
0.640	64.34976	64.21792	64.21888	64.21920	64.21920
1.600	63.24544	63.22944	63.23008	63.23040	63.23040

Tabela 2. 19 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Número de Nusselt				
	Resíduo 10^{-12}				
	Intervalo de viscosidade				
	$\times 10^1$	$\times 10^2$	$\times 10^3$	$\times 10^4$	$\times 10^5$
0.040	19.64063	19.64063	19.64063	19.64063	19.64063
0.080	12.97983	12.97983	12.97983	12.97983	12.97983
0.160	8.91327	8.89722	8.89722	8.89722	8.89722
0.320	6.93676	6.92704	6.92704	6.92704	6.92704
0.640	5.99644	5.98192	5.98192	5.98192	5.98192
1.600	5.61794	5.61794	5.61794	5.61794	5.61794

No estudo hidrodinâmico os valores do factor de Darcy só atingem um valor estável quando alargamos os limites para um valor 10^4 vezes inferior no limite mínimo e 10^4 vezes superior no valor máximo em relação ao índice de consistência.

2.3.4 - Fluido lei de potência, $n=0.2$ análise do refinamento da malha

No estudo do refinamento será utilizado um intervalo de viscosidade de 10^4 vezes do índice de consistência, os resultados serão apresentados graficamente através das figuras 2.20 e 2.21 que representam o estudo do coeficiente de fricção e do número de Nusselt ao longo da conduta para as três malhas estudadas.

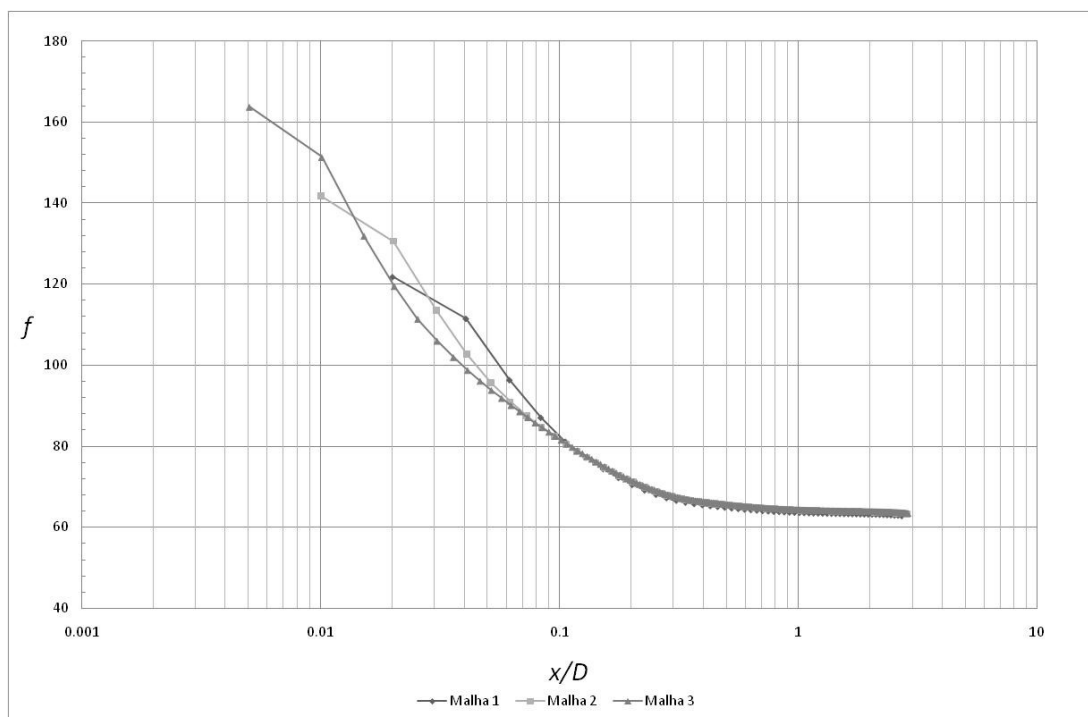


Figura 2. 20 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.2$

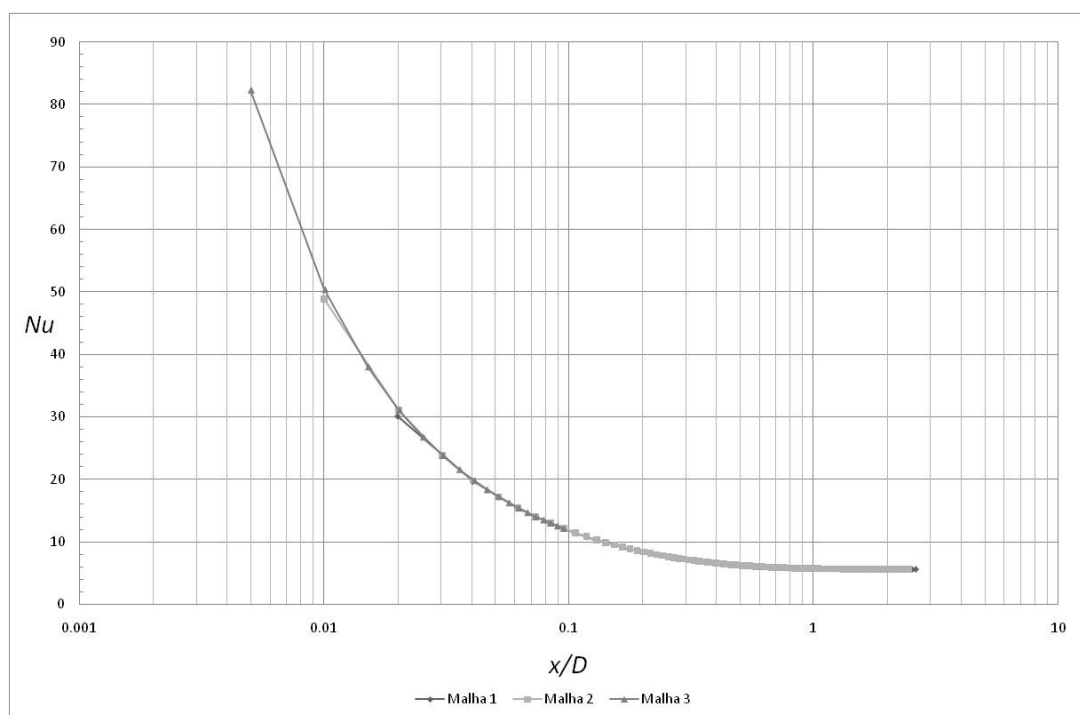


Figura 2. 21 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.2$

Neste tipo de estudo de caso limite de Reynolds, $Re=1$, será efectuada sempre o estudo num refinamento maior (malha 3), as diferenças do valor do factor de fricção são grosseiras até 10% de diâmetro de conduta, e o tempo de simulação nunca se tornará entrave visto a malha ser pequena.

2.3.5 – Fluido lei de potência, $n=1.5$ análise de intervalos de viscosidade

Os valores de resíduos para os dois estudos serão mantidos iguais aos do capítulo 2.3.2 referente a um índice de potência $n=1$.

As tabelas 2.20 e 2.21 representam os valores de f e de Nu ao longo da conduta para vários intervalos de viscosidade.

Tabela 2. 20 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.5$

x/D	Coeficiente de fricção de Darcy			
	Resíduo 10^{-7}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 20$	$\times 50$	$\times 100$
0.040	964.12800	964.12800	964.12800	964.12800
0.080	395.51040	395.51040	395.51040	395.51040
0.160	131.79120	131.79120	131.79120	131.79120
0.320	73.59016	73.59016	73.59016	73.59016
0.640	62.56256	62.56256	62.56256	62.56256
1.600	62.97488	62.97488	62.97488	62.97488

Tabela 2. 21 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.5$

x/D	Número de Nusselt			
	Resíduo 10^{-12}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 20$	$\times 50$	$\times 100$
0.040	17.36356	17.36356	17.36356	17.36356
0.080	11.08718	11.08718	11.08718	11.08718
0.160	7.32749	7.32749	7.32749	7.32749
0.320	5.52535	5.52535	5.52535	5.52535
0.640	4.67930	4.67930	4.67930	4.67930
1.600	4.37862	4.37862	4.37862	4.37862

Para um intervalo de índice de potência $[1;1.5]$ poderemos utilizar sempre um intervalo de viscosidades entre 10 vezes inferior e superior ao valor do índice de consistência. No entanto será utilizado um intervalo de 50 vezes de modo a diminuir a probabilidade de ocorrência de erros na obtenção de dados em qualquer ponto da conduta.

2.3.6 - Fluido lei de potência, $n=1.5$ análise do refinamento da malha

Na figura 2.22 é apresentada a evolução do f em função do x/D para as três diferentes malhas estudadas.

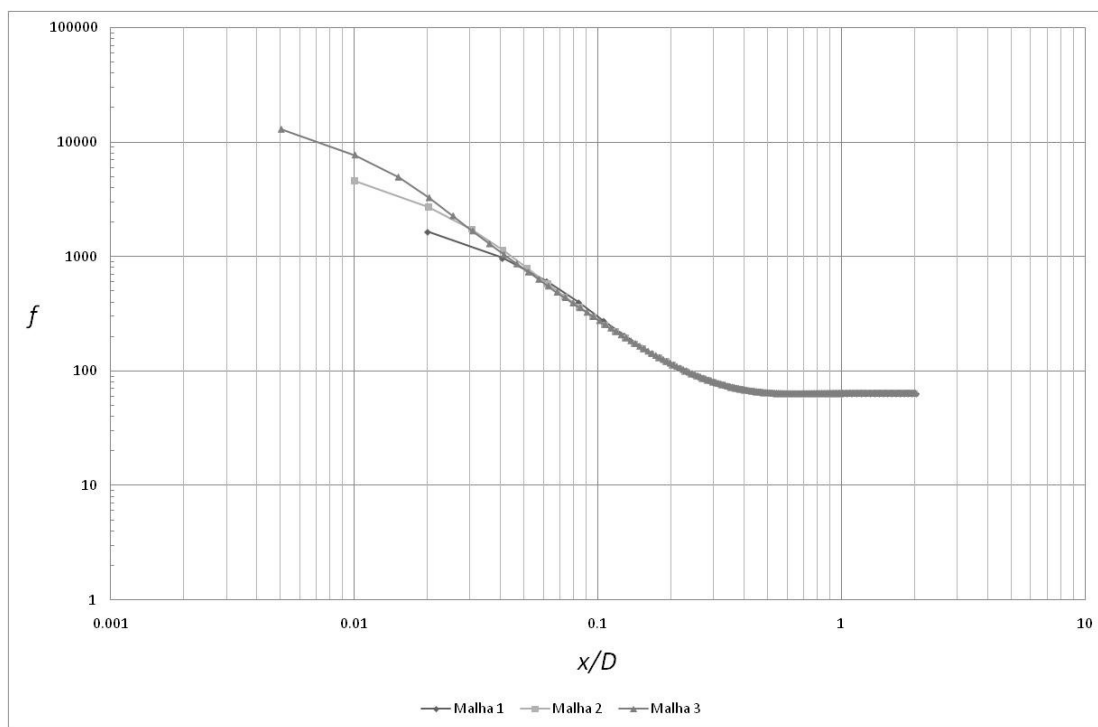


Figura 2. 22 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.5$

O desfasamento de valores entre malhas é bastante significativo até cerca de 4% do diâmetro de comprimento de conduta, sendo mais notório na malha 1, onde só existe uma convergência total para 8% de diâmetro de comprimento de conduta.

A figura 2.23 onde é representada a evolução do Nu já não existe uma diferença notória para os diferentes tipos de malhas com refinamentos diferentes.

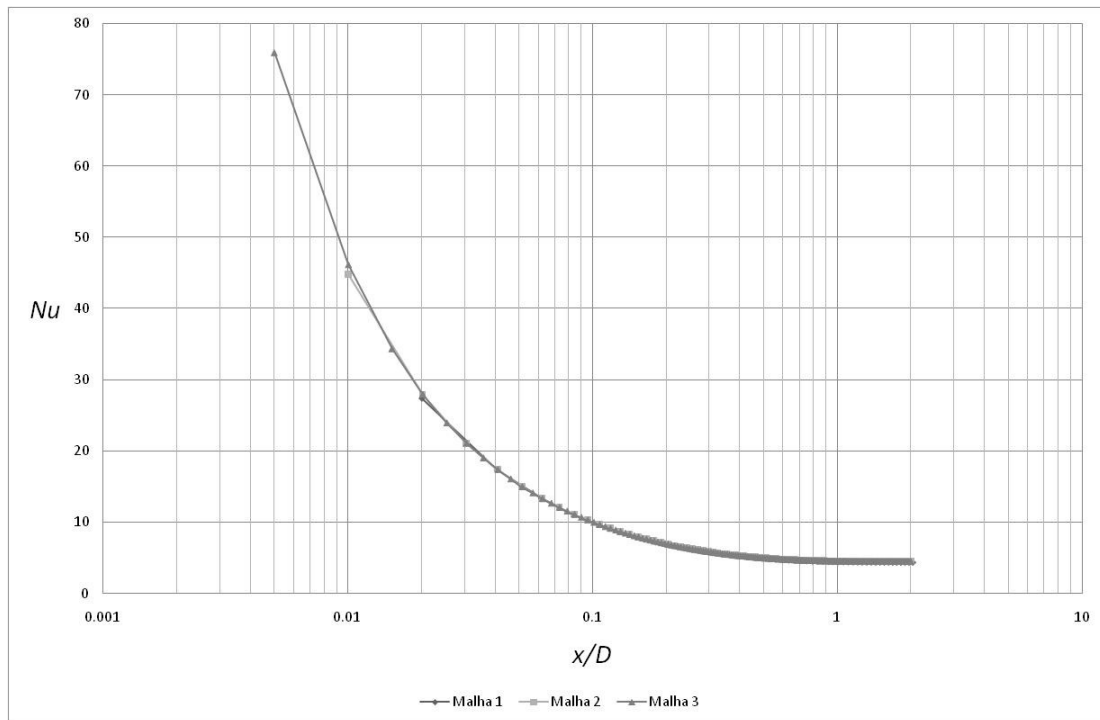


Figura 2. 23 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.5$

A malha 3, que é a malha mais refinada, será a malha escolhida no estudo dos perfis, hidrodinâmico e térmico, para valores de Reynolds de valor igual a 1. Devido à rapidez de simulação, visto a malha ser curta axialmente, leva a que seja usada a malha com um maior refinamento.

2.4 – Análise para $Re=500$ e $Pr=10$

2.4.1 – Estudo da malha

Para este caso de estudo os perfis, térmico e hidrodinâmico, desenvolvem-se mais lentamente do que nos casos anteriores, necessitando de 200 diâmetros de comprimento axial para que estes se desenvolvam. Por isso a malha usada neste caso de estudo é maior, sendo atribuído um tamanho ao comprimento axial de 300 diâmetros.

A tabela 2.22 indica o número de intervalos no eixo axial e radial, o número de células e o rácio entre a malha estudada e a malha 1, para as três malhas em estudo. A malha 1 será a malha mais grosseira, a malha 2 será refinada e a malha 3 será também refinada, mas com um nível de refinamento maior.

Tabela 2. 22 – Número de intervalos no eixo axial e radial e respectivo número de células e o rácio do número de células para os três tipos de malhas estudadas em $Re=500$ e $Pr=10$

	Intervalos direcção axial	Intervalos direcção radial	Número de células	Rácio do número de células Malha n / Malha 1
Malha 1	6100	10	61000	1.00
Malha 2	12200	20	244000	4.00
Malha 3	24400	40	976000	16.00

2.4.2 – Fluidos Newtonianos, análise de resíduos e do refinamento da malha

A tabela 2.23 representa a evolução do f para vários pontos da conduta para diferentes valores de resíduo.

Tabela 2. 23 – Valores do coeficiente de fricção de Darcy em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=500$ $Pr=10$

x/D	Coeficiente de Fricção de Darcy				
	Resíduos				
	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
0.50	0.296654	0.296654	0.296654	0.296654	0.296654
1.00	0.233222	0.233220	0.233220	0.233220	0.233220
2.00	0.191466	0.191464	0.191464	0.191464	0.191464
4.00	0.162524	0.162522	0.162522	0.162522	0.162522
8.00	0.143130	0.143340	0.143340	0.143340	0.143340
80.00	0.130940	0.127076	0.126642	0.126614	0.126611
290.00	0.126831	0.126610	0.126609	0.126609	0.126609

Nesta simulação só foi conseguido obter, como máximo, um resíduo de 10^{-7} . A partir do resíduo de 10^{-5} teremos valores precisos para o coeficiente de fricção como se pode observar na tabela 2.23, será esse o resíduo usado. Neste caso de estudo o resíduo utilizado é muito importante no tempo de simulação.

Tabela 2. 24 – Valores do número de Nusselt em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=500$ $Pr=10$

x/D	Número de Nusselt				
	Resíduos				
	10^{-6}	10^{-8}	10^{-10}	10^{-12}	10^{-15}
1.0	29.0754135	27.0097602	27.0097602	27.0097602	27.0097602
10.0	10.5287644	10.3958850	10.3958850	10.3958850	10.3958850
40.0	6.5051803	6.5309688	6.5309688	6.5309688	6.5309688
80.0	5.4393607	5.4393607	5.4393607	5.4393607	5.4393607
160.0	4.7552444	4.7415582	4.7415582	4.7415582	4.7415582
200.0	4.6402449	4.5928120	4.5928120	4.5928120	4.5928120
250.0	4.5702168	4.4831590	4.4831590	4.4831590	4.4831590

A simulação do perfil térmico, onde se obtém os valores de Nu representados na tabela 2.24 continuará com valores de resíduo de 10^{-12} , esta simulação é sempre rápida, por isso este valor se manterá.

2.4.3 – Fluidos Newtonianos e análise do refinamento da malha

As figuras 2.24 e 2.25 representam o efeito do refinamento para as 3 malhas em estudo no f e no Nu .

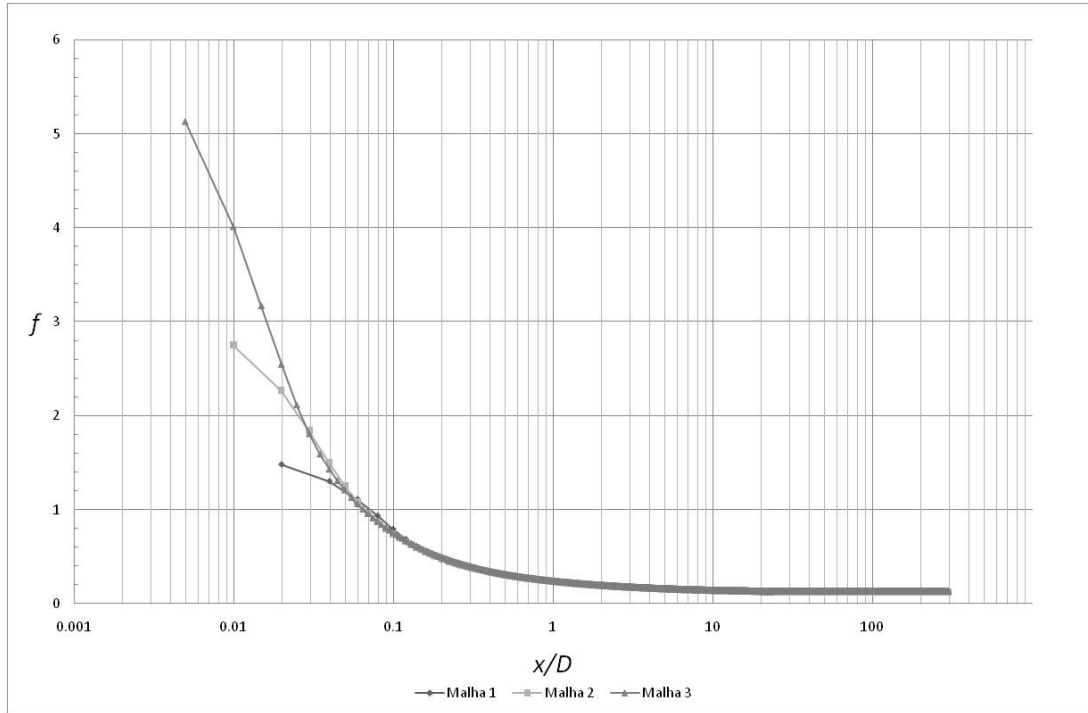


Figura 2. 24 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1$

As diferenças entre os resultados na zona perfeitamente desenvolvida não são significativas, sendo na zona inicial da entrada que esses valores mais se diferenciam, mas a partir de 10% do diâmetro esses valores já coincidem como se pode ver na figura 2.24. Em análise ao regime térmico, figura 2.25, já existe uma maior divergência de resultados até este chegar a 10% do diâmetro do comprimento axial. A malha 2 será a malha escolhida para este estudo, apesar de esta influenciar bastante o tempo de simulação, mas visto a malha 1 ser muito grosseira, principalmente na direção radial, foi escolhida uma malha mais refinada.

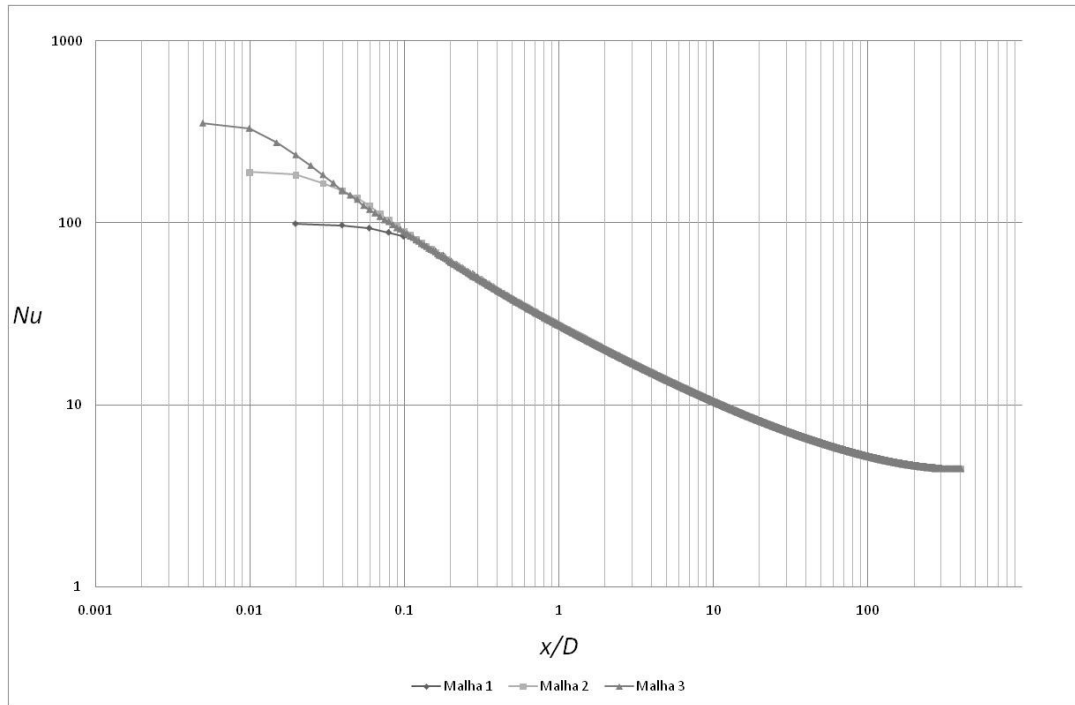


Figura 2. 25 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1$

2.4.4 – Fluido lei de potência, $n=0.2$ análise de intervalos de viscosidade

Os resíduos usados na simulação deste estudo serão idênticos aos usados no estudo descrito na secção 2.4.2.

O estudo do intervalo de viscosidade será apresentado nas tabelas 2.25 e 2.26 para os estudos hidrodinâmico e térmico respectivamente.

Tabela 2. 25 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Coeficiente de fricção de Darcy					
	Resíduo 10^{-5}					
	Intervalo de viscosidade					
	$\times 10^1$	$\times 10^2$	$\times 10^4$	$\times 10^6$	$\times 10^7$	$\times 10^8$
0.50	0.4315584	0.1609048	0.1609200	0.1609864	0.1609920	0.1609920
1.00	0.3428176	0.1477368	0.1487952	0.1509480	0.1511872	0.1511872
2.00	0.2869472	0.1405616	0.1464328	0.1510464	0.1513192	0.1513192
4.00	0.2501512	0.1357776	0.1444920	0.1507568	0.1503464	0.1503464
8.00	0.2288320	0.1343040	0.1437728	0.1447176	0.1450528	0.1450528
80.00	0.2167872	0.1283664	0.1327704	0.1345952	0.1350968	0.1350968
290.00	0.2167328	0.1264792	0.1287416	0.1317560	0.1332208	0.1332208

Tabela 2. 26 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Número de Nusselt					
	Resíduo 10^{-12}					
	Intervalo de viscosidade					
	$\times 10^1$	$\times 10^2$	$\times 10^4$	$\times 10^6$	$\times 10^7$	$\times 10^8$
1.0	25.878363	35.818347	36.079826	36.345151	36.345151	36.345151
10.0	10.266318	12.823487	14.912929	15.234712	15.234712	15.234712
40.0	6.600748	8.065775	9.311914	9.508990	9.508990	9.508990
80.0	5.524481	6.736874	7.380756	7.481308	7.481308	7.481308
160.0	4.834317	5.902393	6.325425	6.399134	6.399134	6.399134
200.0	4.693120	5.739544	6.085852	6.085852	6.085852	6.085852
250.0	4.587184	5.619977	5.887779	5.866812	5.866812	5.866812

Será então utilizado um intervalo de viscosidades de 10^7 vezes o valor do índice de consistência. Para intervalos de viscosidades com gamas superiores tanto o valor do factor de fricção como o valor do número de Nusselt não se modificam de forma significativa.

2.4.5 - Fluido lei de potência, $n=0.2$ e análise do refinamento da malha

As figuras 2.26 e 2.27 representam o efeito do refinamento para as 3 malhas em estudo no f e no Nu .

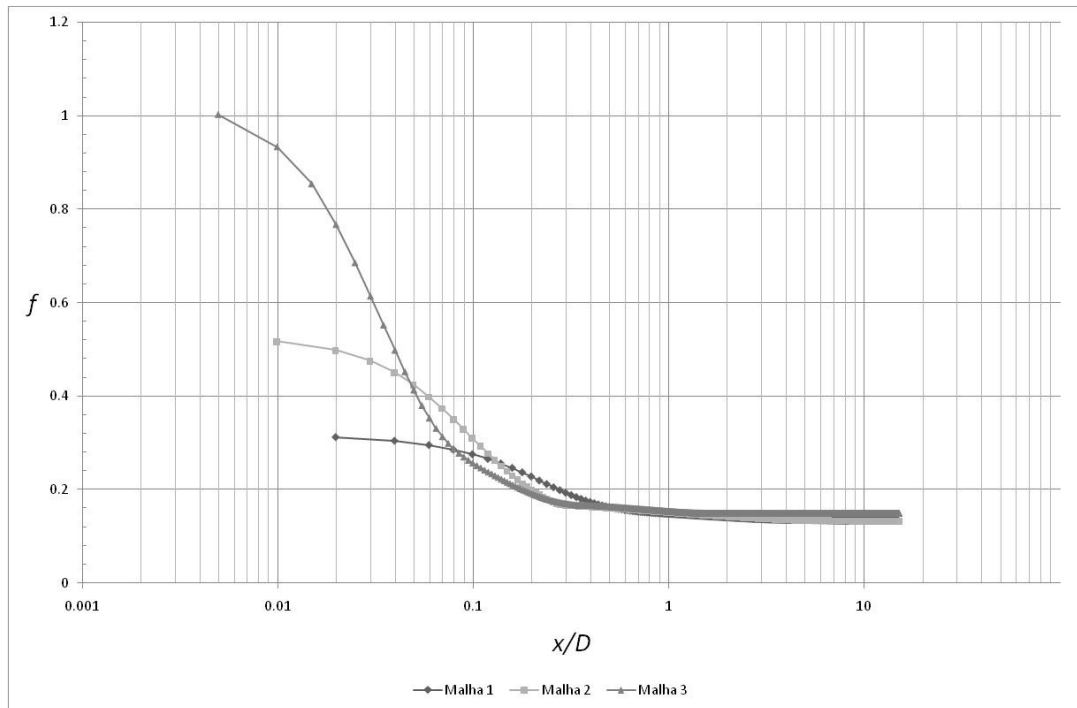


Figura 2. 26 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.2$

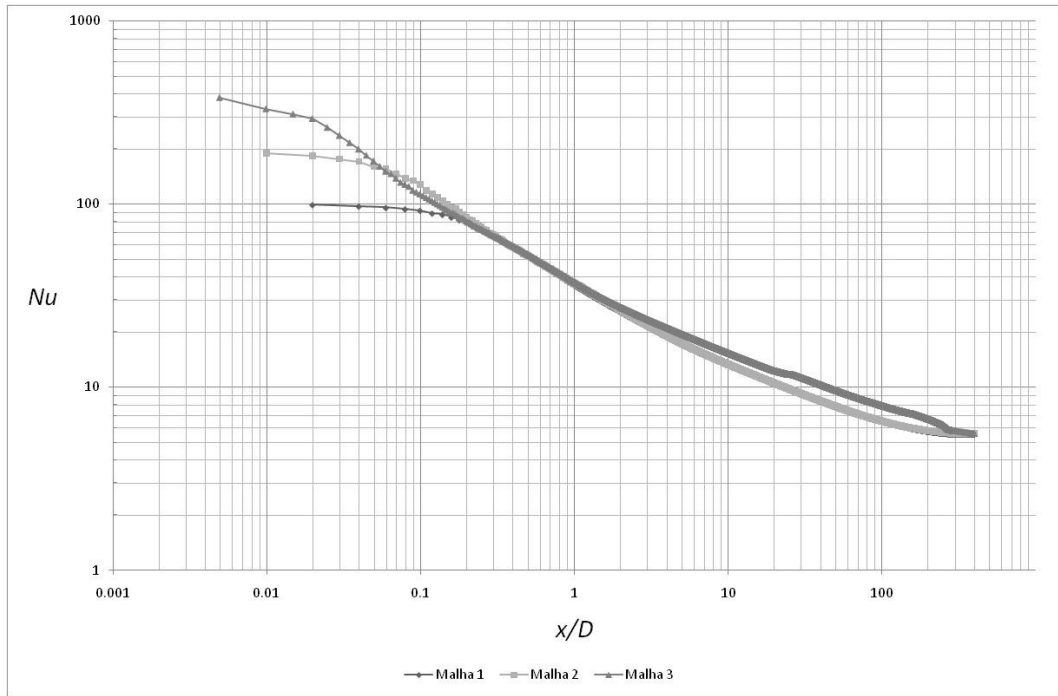


Figura 2. 27 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.2$

Da análise da figura 2.26, em que é representado o efeito do refinamento no valor de f ao longo da conduta, conclui-se que no estudo hidrodinâmico os valores de f para cada refinamento só coincidem a partir de cerca de 50% do diâmetro de comprimento axial. A figura 2.27 que nos apresenta a evolução do Nu para cada malha já só necessita de 20% de diâmetro de comprimento de conduta para que os valores coincidam.

O refinamento intermédio correspondente à malha 2, será o refinamento aconselhado pois otimiza o factor tempo e precisão na simulação.

2.4.6 – Fluido lei de potência, $n=1.5$ análise de intervalos de viscosidade

Usando valores de resíduo de 10^{-5} para o caso hidrodinâmico e de 10^{-12} para o caso térmico teremos valores de f e de Nu otimizados. Será com estes valores de resíduo impostos que estudaremos a seguir o efeito dos intervalos de viscosidade, esses estudos serão representado nas tabelas 2.27 e 2.28.

Tabela 2. 27 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.5$

Coeficiente de fricção de Darcy				
x/D	Resíduo 10^{-7}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 50$	$\times 100$	$\times 1000$
0.50	0.36507	0.36046	0.36046	0.36046
1.00	0.26944	0.26926	0.26926	0.26926
2.00	0.21161	0.21188	0.21188	0.21188
4.00	0.17266	0.17286	0.17286	0.17286
8.00	0.14789	0.14799	0.14799	0.14799
80.00	0.12595	0.12599	0.12596	0.12596
290.00	0.125948	0.125948	0.125948	0.125948

O intervalo de 100 vezes do valor do índice de consistência será usado no estudo do refinamento e nos estudos mais à frente abordados referentes a este caso de Re e Nu .

Tabela 2. 28 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.5$

Número de Nusselt				
x/D	Resíduo 10^{-12}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 50$	$\times 100$	$\times 1000$
1.0	25.34748	25.21815	25.21815	25.21815
10.0	10.03698	10.05740	10.05740	10.05740
40.0	6.33833	6.33833	6.33833	6.33833
80.0	5.27675	5.27675	5.27675	5.27675
160.0	4.58752	4.58752	4.58752	4.58752
200.0	4.44015	4.44015	4.44015	4.44015
250.0	4.329979	4.329979	4.329979	4.329979

2.4.7 - Fluido lei de potência, $n=1.5$ e análise do refinamento da malha

As figuras 2.28 e 2.29 representam a influência do refinamento no coeficiente de fricção e do número de Nusselt.

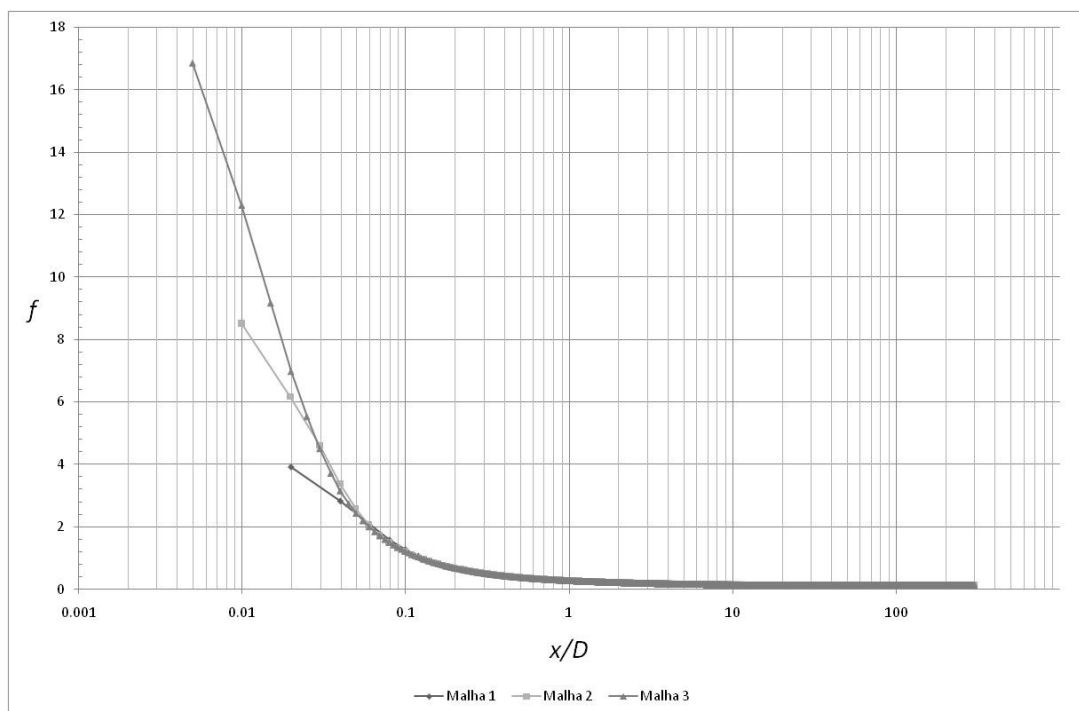


Figura 2. 28 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.5$

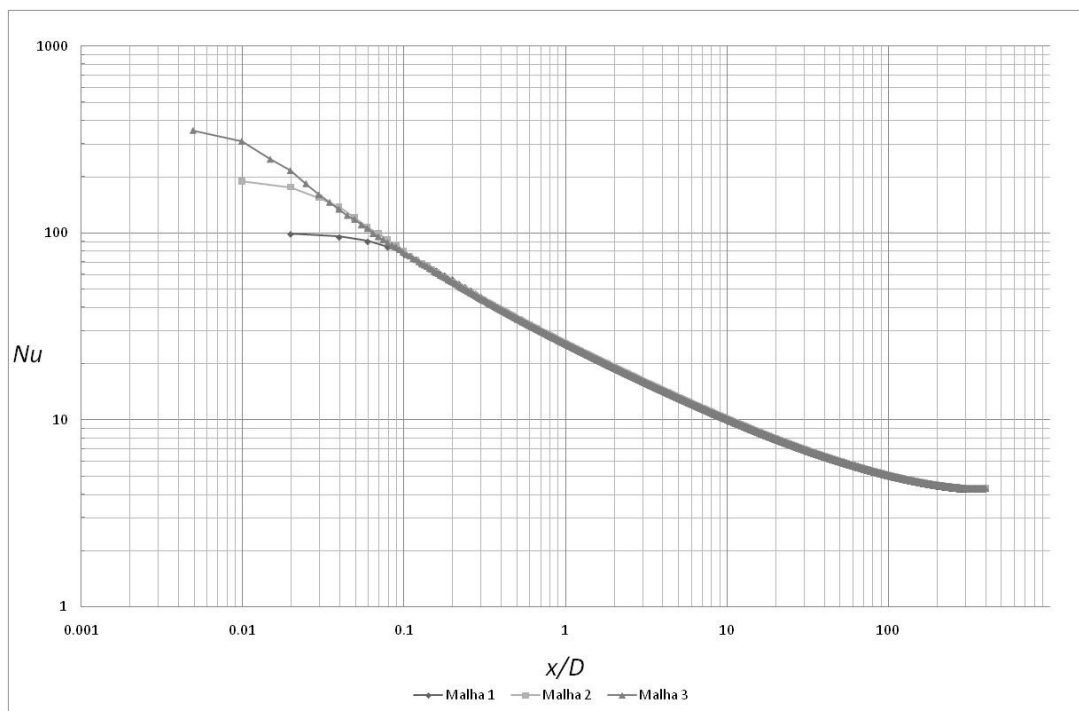


Figura 2. 29 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.5$

Conclui-se que no estudo hidrodinâmico os valores de f coincidem a partir de 6% de diâmetro de comprimento de conduta para os diversos refinamentos estudados, o mesmo não acontecendo com o estudo térmico, visto estes valores só coincidirem para 9% do diâmetro de comprimento axial.

A mesma conclusão se aplica ao caso do $n=1$, a malha 2 será a malha aconselhada pois otimiza o factor tempo e precisão na simulação.

2.5 – Análise para $Re=1000$ e $Pr=10$

2.5.1 – Estudo da malha

Este estudo devido a problemas de divergência dos resíduos na simulação no Fluent, com uma malha construída com base na metodologia descrita na secção 2.1., teve que ser feito com uma malha bastante grosseira, principalmente na direcção axial.

A figura 2.30 será a malha de estudo dos valores de resíduos e dos intervalos de viscosidade para os fluidos não-newtonianos que obedecem à lei de potência. As figuras 2.31 e 2.32 serão as malhas refinadas, sendo a última a malha com um refinamento superior. Todas as malhas têm de diâmetro 0.2 metros e de comprimento axial terão 120 metros, o comprimento axial terá esta grande dimensão pois serão necessários 400 diâmetros para que os perfis, hidrodinâmico e térmico, teoricamente se desenvolvam completamente. A condição fronteira de saída será alterada para “pressure-outflow”.



Figura 2. 30 – Representação da malha 1 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=1000$ $Pr=10$

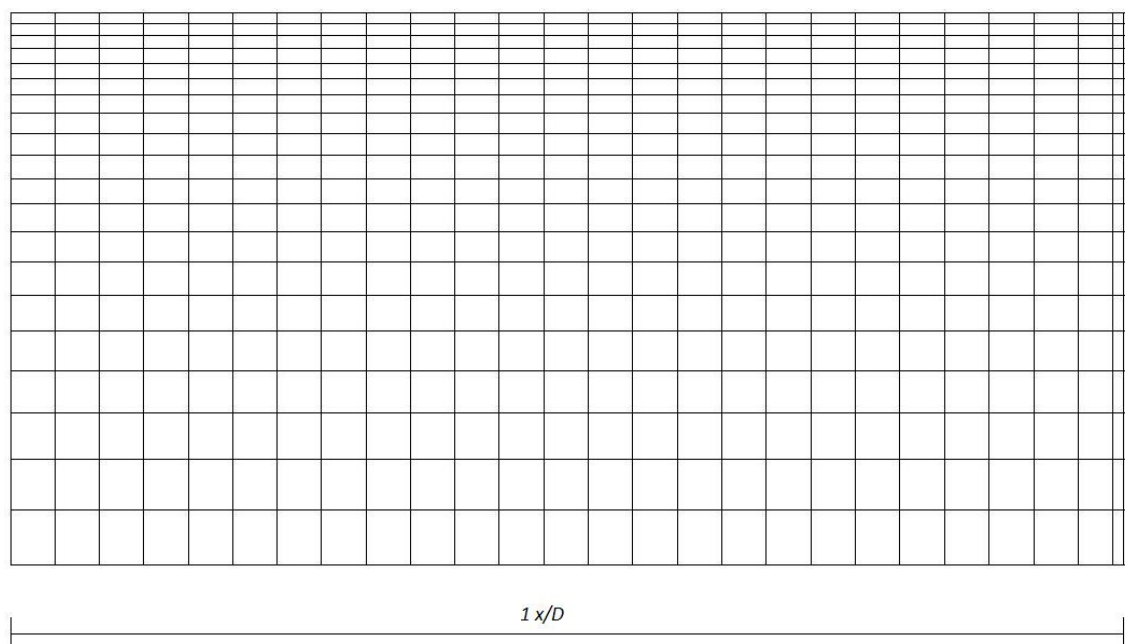


Figura 2. 31 – Representação da malha 2 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=1000$ $Pr=10$

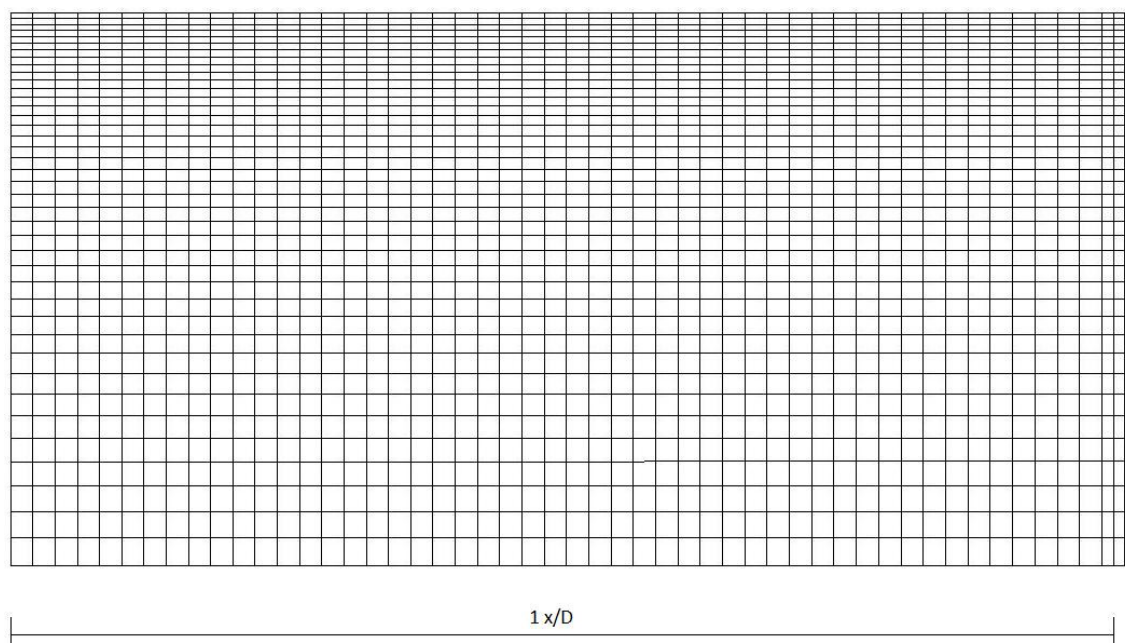


Figura 2. 32 – Representação da malha 3 até um diâmetro de comprimento axial e um raio de comprimento radial para $Re=1000$ $Pr=10$

A tabela 2.29 apresenta o número de intervalos, células da malha e o rácio entre o número de células de uma malha em relação ao número de células da malha 1, das três malhas utilizadas neste caso.

Tabela 2. 29 – Número de intervalos no eixo axial e radial e respectivo número de células e o rácio do número de células para os três tipos de malhas estudadas em $Re=1000$ e $Pr=10$

	Intervalos direcção axial	Intervalos direcção radial	Número de células	Rácio do número de células Malha n / Malha 1
Malha 1	3000	10	30000	1.00
Malha 2	6000	20	120000	4.00
Malha 3	12000	40	480000	16.00

2.5.2– Fluido Newtonianos, análise de resíduos

As tabelas 2.30 e 2.31 representam a evolução do f e de Nu para vários pontos da conduta para diferentes valores de resíduo.

Tabela 2. 30 – Valores do coeficiente de fricção de Darcy em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=500$ $Pr=10$

Coeficiente de Fricção de Darcy					
x/D	Resíduos				
	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
1.00	0.1400040	0.1400040	0.1400040	0.1400040	0.1400040
4.00	0.0939656	0.0939656	0.0939656	0.0939656	0.0939656
8.00	0.0806384	0.0806384	0.0806384	0.0806384	0.0806384
80.00	0.0642959	0.0635653	0.0634452	0.0634453	0.0634453
200.00	0.0635358	0.0633354	0.0633078	0.0633048	0.0633042
400.00	0.0633280	0.0633051	0.0633041	0.0633041	0.0633041
550.00	0.0633088	0.0633042	0.0633041	0.0633041	0.0633041

Tabela 2. 31 – Valores do coeficiente de fricção de Darcy em função do x/D para vários Resíduos para $n=1$ $Re=500$ $Pr=10$

Número de Nusselt					
x/D	Resíduos				
	10^{-6}	10^{-8}	10^{-10}	10^{-12}	10^{-15}
1.00	37.4631586	36.6301832	36.6301832	36.6301832	36.6301832
4.00	19.7740521	19.6952524	19.7740521	19.7740521	19.7740521
8.00	14.8791632	14.8791632	14.8791632	14.8791632	14.8791632
80.00	6.5303391	6.5303391	6.5303391	6.5303391	6.5303391
200.00	5.1727988	5.1727988	5.1727988	5.1727988	5.1727988
400.00	4.5923601	4.5923601	4.5923601	4.5923601	4.5923601
550.00	4.4475076	4.4435090	4.4475076	4.4475076	4.4475076

Nesta simulação só se conseguiu obter, como mínimo, um resíduo de 10^{-7} . Teremos que utilizar o valor do resíduo mínimo pois só com este teremos os valores mais precisos para o coeficiente de fricção como se pode observar na tabela 2.30. A simulação do perfil térmico, onde se obtém os valores de Nu representados na tabela 2.31 continuará com valores de resíduo de 10^{-12} , esta simulação é sempre rápida, por isso este valor se manterá.

2.5.3 – Fluidos Newtonianos e análise do refinamento da malha

As figuras 2.33 e 2.34 representam a evolução de f e Nu ao longo da conduta para as três malhas em estudo.

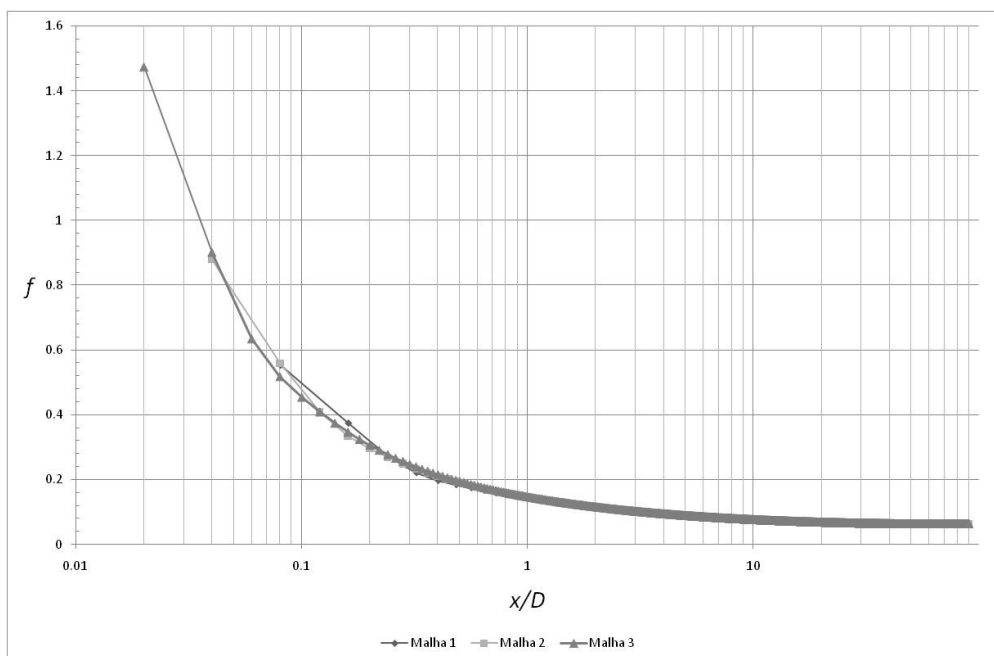


Figura 2. 33 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1$

A partir figura 2.33, que nos apresenta a evolução do f ao longo da conduta para as três malhas estudadas, conclui-se que os valores de f coincidem aproximadamente a 40% do diâmetro de conduta. Visto a evolução do perfil de velocidades dar-se teoricamente até 56 diâmetros conclui-se que qualquer uma das malhas escolhidas nos daria valores semelhantes. Quanto ao estudo térmico, representado na figura 2.34, os valores de Nu para as várias malhas em estudo coincidem aproximadamente a 30% do diâmetro.

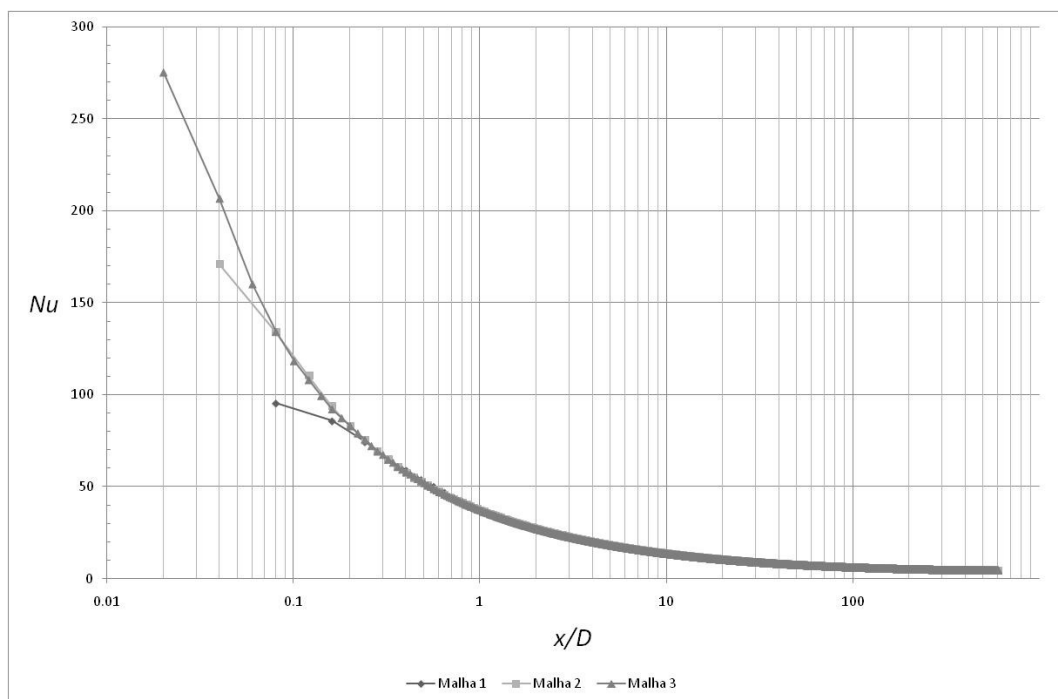


Figura 2. 34 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1$

Conclui-se então que o uso da malha 3 não será a melhor escolha, visto não haver um grande desfasamento de resultados em comparação com as outras malhas e sendo o tempo de simulação muito maior, neste caso bem significativo. Foi escolhida para futuros estudos a malha 2, apesar de a malha 1 parecer dar resultados precisos a sua estrutura é demasiadamente grosseira.

2.5.4 – Fluidos lei de potência, $n=0.4$ análise de intervalos de viscosidade

Nesta secção será estudada os intervalos de viscosidade a utilizar para o caso em que o Re é elevado. O índice de potência será 0.4 visto ser o menor n que será estudado, ao definir os intervalos de viscosidade para este caso, todos os outros intervalos até ao índice de potência igual a 1 serão iguais.

Tabela 2. 32 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.4$

x/D	Coeficiente de fricção de Darcy					
	Resíduo 10^{-7}					
	Intervalo de viscosidade					
	$\times 10$	$\times 10^2$	$\times 10^5$	$\times 10^7$	$\times 10^8$	$\times 10^9$
1.0	0.32308080	0.09506400	0.09552320	0.09552320	0.09552320	0.09552320
5.0	0.22975680	0.07558824	0.07563336	0.07563336	0.07563336	0.07563336
25.0	0.20668320	0.06755632	0.06702648	0.06702648	0.06702648	0.06702648
50.0	0.20581520	0.06695616	0.06644456	0.06644456	0.06644456	0.06644456
100.0	0.20418160	0.06561392	0.06559616	0.06559616	0.06559616	0.06559616
200.0	0.20347920	0.06468416	0.06468656	0.06468656	0.06468656	0.06468656
400.0	0.20333920	0.06376296	0.06380080	0.06380080	0.06380080	0.06380080

Através da tabela 2.32 conclui-se que será necessário um intervalo de viscosidades de 10^8 em relação ao seu índice de consistência.

Tabela 2. 33 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.4$

x/D	Número de Nusselt					
	Resíduo 10^{-12}					
	Intervalo de viscosidade					
	$\times 10$	$\times 10^2$	$\times 10^5$	$\times 10^7$	$\times 10^8$	$\times 10^9$
1.0	32.3186456	44.9608803	44.9608803	44.9608803	44.9608803	44.9608803
10.0	12.7669983	15.2957555	15.2957555	15.2957555	15.2957555	15.2957555
100.0	6.1385041	7.0289807	7.0289807	7.0289807	7.0289807	7.0289807
200.0	5.1836495	5.8876075	5.8806022	5.8806022	5.8806022	5.8806022
400.0	4.6009104	5.1795145	5.1795145	5.1795145	5.1795145	5.1795145
500.0	4.4887193	5.0532181	5.0532181	5.0532181	5.0532181	5.0532181
590.0	4.4302146	4.9892473	4.9892473	4.9892473	4.9892473	4.9892473

Em relação ao estudo térmico, tabela 2.33, será necessário também um intervalo de viscosidade de 10^8 . Será esse valor do intervalo a utilizar nos estudos de índices de potência inferiores a 1.

2.5.5 - Fluidos lei de potência, $n=0.4$ análise do refinamento da malha

No estudo do refinamento das malhas, figura 2.35, podemos observar que para este caso específico onde o índice de potência é baixo os valores de f , a partir do local onde o perfil de velocidades está perfeitamente desenvolvido, oscilam bastante. Isto deverá acontecer porque as malhas no final da conduta tem os nós demasiadamente espaçados. Apesar da fraca precisão de resultados, a oscilação anda a volta do valor teoricamente esperado para o perfil completamente desenvolvido. Os valores de f das malhas tendem a coincidir para 70 % do diâmetro de conduta. A malha 3 tem um comportamento diferente dos outros estudos.

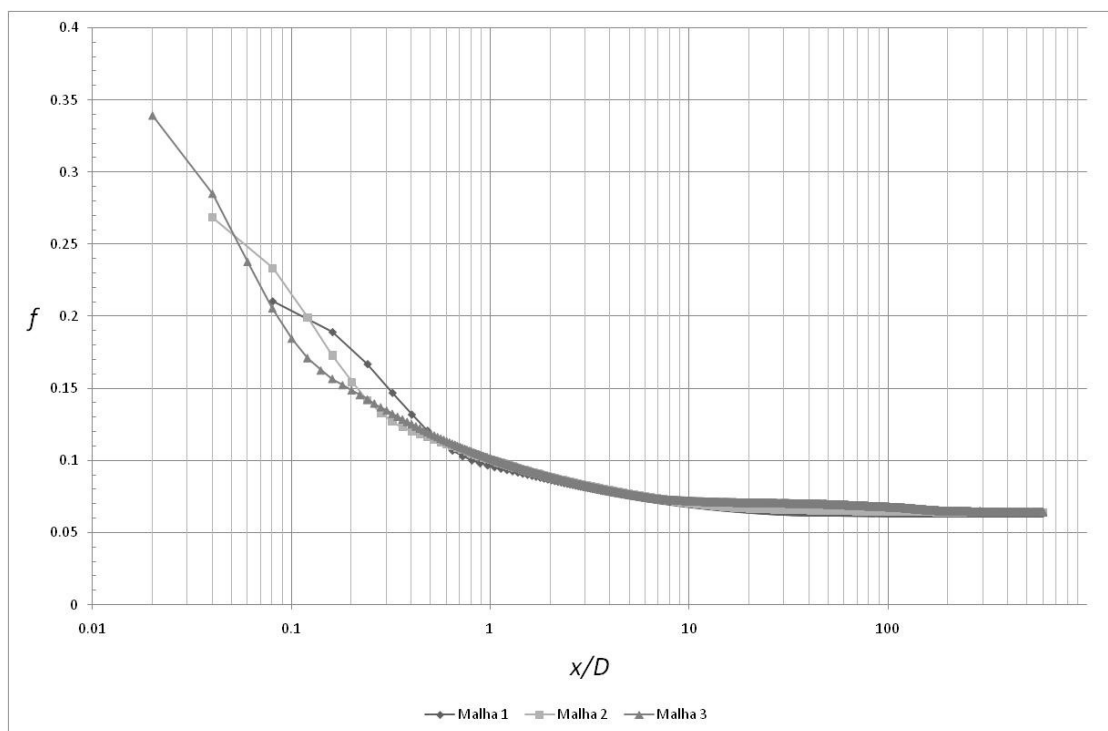


Figura 2. 35 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.4$

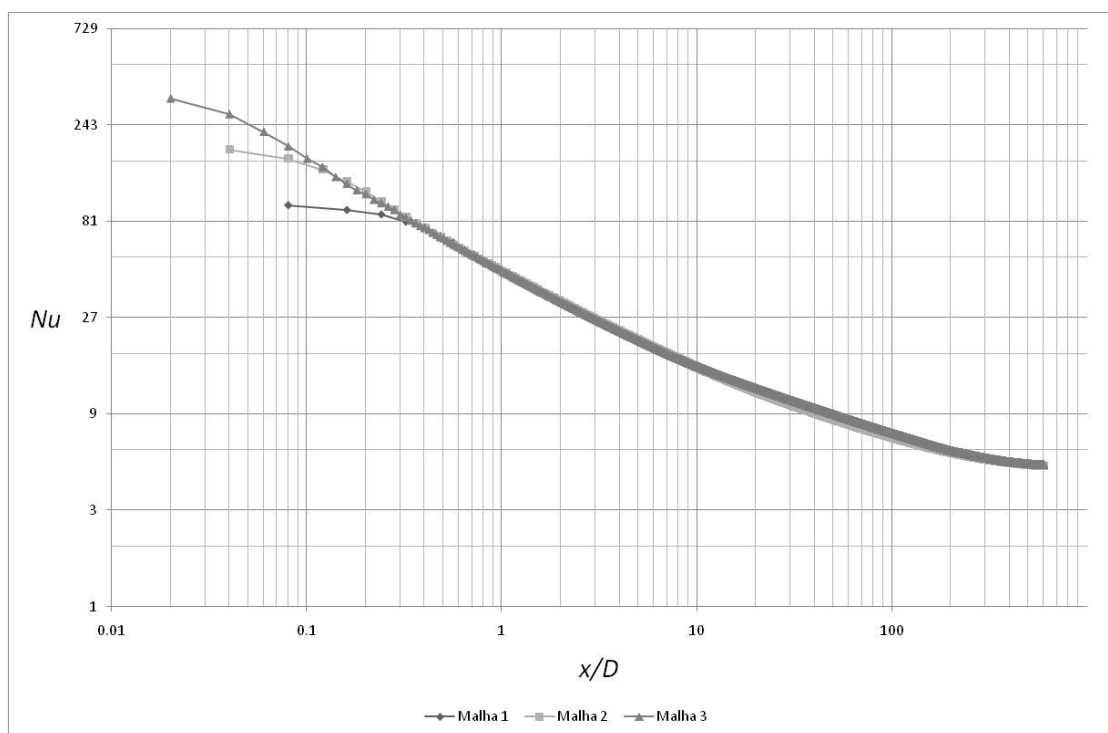


Figura 2. 36 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.4$

A figura 2.36 que representa a evolução do Nu ao longo da conduta para as três malhas de estudo, apresenta uma maior linearidade apesar de apresentar pequenas oscilações de resultados. Os valores de Nu nas três malhas coincidem a 50% do diâmetro de comprimento axial. A malha em futuros estudos a ser utilizada será a malha 2.

2.5.6 – Fluidos lei de potência, $n=1.5$ análise de intervalos de viscosidade

Nesta secção será estudado os intervalos de viscosidade a utilizar para o caso em que o Re é elevado. O índice de potência será 1.5 visto ser o maior n que será estudado, ao definir os intervalos de viscosidade para este caso, todos os outros intervalos até ao índice de potência igual a 1 serão iguais.

Tabela 2. 34 – Valores de f em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.5$

Coeficiente de fricção de Darcy				
x/D	Resíduo 10^{-7}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 50$	$\times 100$	$\times 1000$
1.0	0.0954656	0.1669424	0.1669424	0.1669424
5.0	0.0580251	0.0969014	0.0969016	0.0969016
25.0	0.0412596	0.0685647	0.0685647	0.0685647
50.0	0.0378618	0.0641818	0.0641818	0.0641818
100.0	0.0363233	0.0630377	0.0630377	0.0630377
200.0	0.0359987	0.0629781	0.0629782	0.0629782
400.0	0.0359719	0.0629742	0.0629742	0.0629742

Tabela 2. 35 – Valores de Nu em função de x/D para diferentes intervalos de viscosidade para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.5$

Número de Nusselt				
x/D	Resíduo 10^{-12}			
	Intervalo de viscosidade			
	$\times 10$	$\times 50$	$\times 100$	$\times 1000$
1.0	39.24818	33.41104	33.41104	33.41104
10.0	14.15663	13.03640	13.03640	13.03640
100.0	6.16146	5.95364	5.95364	5.95364
200.0	5.17280	5.01532	5.01532	5.01532
400.0	4.58384	4.43972	4.43972	4.43972
500.0	4.47247	4.33137	4.33137	4.33137
590.0	4.410447	4.269477	4.269477	4.269477

Através da tabela 2.34 conclui-se que será necessário um intervalo de viscosidades de 100 em relação ao seu índice de consistência. Em relação ao estudo térmico, tabela 2.35, será necessário um intervalo de viscosidade de 50. O intervalo a utilizar nos estudos de índices de potência superiores a 1 será então de 100 vezes o índice de consistência.

2.5.7 - Fluidos lei de potência, $n=1.5$ e análise do refinamento da malha

As figuras 2.37 e 2.38 representam a evolução de f e Nu ao longo da conduta para as três malhas em estudo.

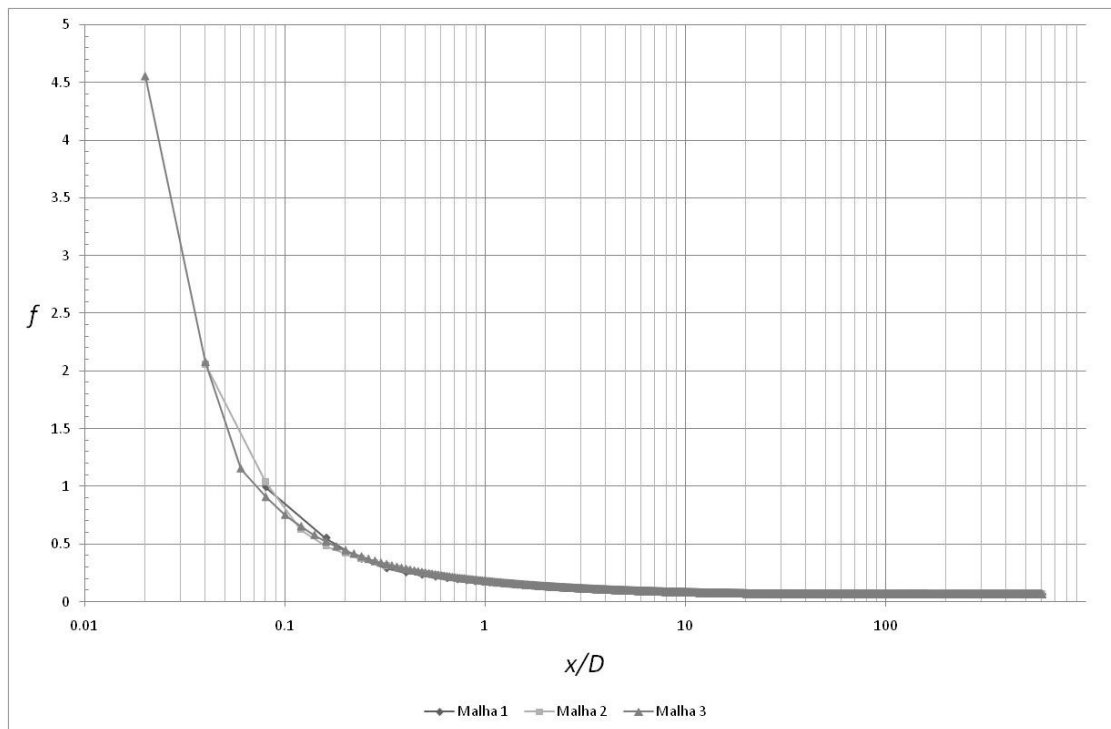


Figura 2. 37 – Evolução do f em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.5$

Os valores de f para as três malhas coincidem a partir de 20% do diâmetro no comprimento da conduta.

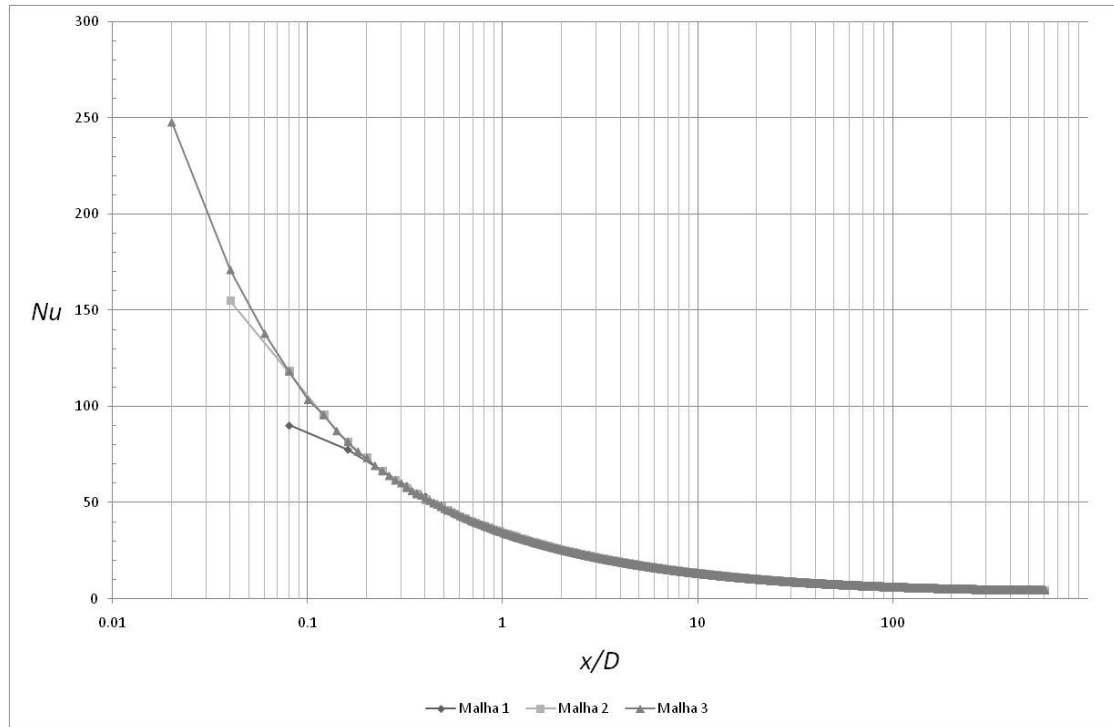


Figura 2. 38 – Evolução do Nu em função do x/D para os três tipos de refinamento para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.5$

Pela análise da figura 2.38 que representa o estudo térmico para as 3 malhas estudadas conclui-se que a partir dos 20% de diâmetro de conduta os valores de Nu coincidem. A malha 2 será a utilizada neste caso em futuros estudos.

2.6 – Comparação com os resultados analíticos

Nesta secção será feita a comparação de várias simulações com uma solução analítica para o Nusselt na região de entrada para um fluido Newtoniano [4], fluxo de calor constante, perfil de velocidades completamente desenvolvido na entrada e $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$, isto é, elevados valores de Pe como já foi mostrado anteriormente no capítulo 1, equação 1.25.

As simulações feitas abrangem diferentes números de Péclet (1000, 2000, 10000 e 20000). Os números de Prandtl utilizados serão então de 1000 e 2000, valores já bastante significativos para tornar $\frac{d^2T}{dx^2}$ pouco significativa. Os números de Reynolds serão então 1 e 10. A simulação será feita com o perfil de velocidades já desenvolvido à entrada, e será usada uma malha com 200 diâmetros de comprimento e com 20 intervalos na direcção radial.

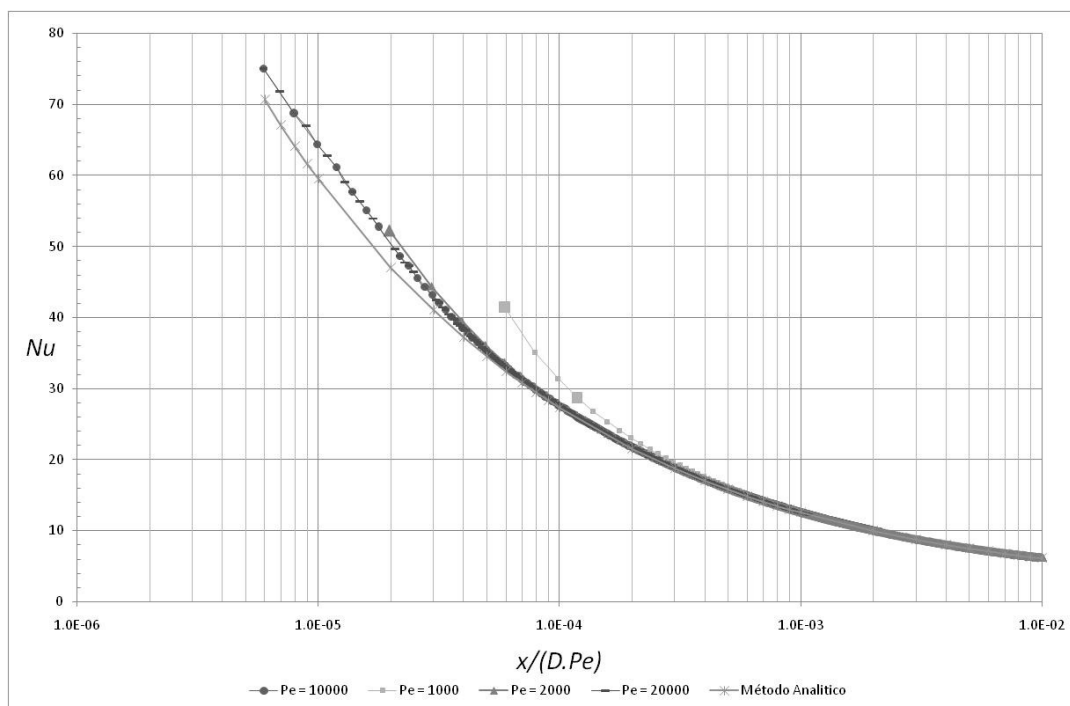


Figura 2. 39 – Comparação numérica dos resultados obtidos analiticamente e dos resultados obtidos de quatro simulações com $Pe=1000$, $Pe=2000$, $Pe=10000$ e $Pe=20000$.

Podemos observar que os resultados obtidos analiticamente coincidem com os valores obtidos através das simulações. Todos os dados tendem para a mesma solução quando o perfil térmico se desenvolve completamente.

2.7 – Sumário de resultados

Nesta secção será feita um sumário de tudo o que foi apresentado anteriormente, serão compiladas as zonas onde os valores de f e Nu começam a ter significado prático, serão também apresentados os resíduos máximos escolhidos para cada caso, e os intervalos de viscosidade para os fluidos não-newtonianos que obedecem à lei de potência.

2.7.1 – Resíduos

A tabela 2.36 representa de uma forma simplificada os valores de resíduos para os quais os valores de f e de Nu se tornam precisos. Valores inferiores de resíduos não modificariam os valores de f e Nu e o tempo de simulação aumentaria consideravelmente.

Tabela 2. 36 – Resíduos utilizados nos vários estudos para um $Pr=10$

Resíduos		
Re	Estudo	
	Hidrodinâmico	Térmico
1000	10^{-7}	10^{-12}
500	10^{-5}	10^{-12}
10	10^{-7}	10^{-12}
1	10^{-7}	10^{-12}

Apesar de só ter sido apresentado o estudo para valores de $Pr=10$, pois neste caso as malhas tomam dimensões maiores e conseqüente acarretam maior complexidade, podemos afirmar que para os casos com Pr inferior devido à extrema rapidez de simulação da parte térmica que podemos continuar a usar valores de resíduos na ordem de 10^{-12} .

2.7.2 – Valores iniciais de x/D onde os valores de f e Nu começam a ter significado

Como foi possível observar, quanto maior o refinamento maior será o valor de f e de Nu nas primeiras células de estudo. Serão considerados válidos os resultados a partir do momento em que os valores das malhas 2 e 3 coincidirem.

A tabela 2.37 apresenta-nos os pontos desde o início da conduta a partir dos quais podemos considerar que os resultados estão correctos para os estudos que iremos fazer nos capítulos que se seguem.

Tabela 2. 37 – Valores de x/D para os dois estudos para os quais os resultados tomam valores numéricos com significado prático para $Pr=10$

Re	n	x/D (%) - f	x/D (%) - Nu
1000	0.2	70	50
	1	40	30
	1.5	20	20
500	0.2	50	20
	1	10	10
	1.5	6	9
10	0.2	10	4
	1	8	3
	1.5	8	2
1	0.2	10	3
	1	8	3
	1.5	8	2

2.7.3 – Intervalos de viscosidade

Na tabela 2.38 é apresentado os intervalos de viscosidade em relação ao índice de consistência a utilizar para cada situação. Estes estudos foram feitos para os casos limites dos índices de potência, os intervalos obtidos para $n=0.2$ serão utilizados para os estudos com n inferior a 1, os intervalos de viscosidade obtidos para $n=1.5$ serão utilizados para os estudos com o índice de potência superior a 1. Os valores apresentados na tabela representam o número pelo qual o índice de consistência vai ser multiplicado (limite superior) e ser dividido (limite inferior).

Tabela 2. 38 – Intervalos de viscosidade para os vários casos de estudo para diferentes índices de potência e $Pr=10$

Re	n	Intervalo
1000	0.2	10^8
	1.5	10^2
500	0.2	10^7
	1.5	10^2
10	0.2	10^4
	1.5	50
1	0.2	10^4
	1.5	50

3 – Cálculo do número de Nusselt

3.1 – Formulação do cálculo de Nusselt

Neste capítulo serão apresentadas as três diferentes formas de se calcular Nusselt. Os valores obtidos a partir das três fórmulas serão apresentados posteriormente.

O valor de Nusselt a retirar ao longo da conduta terá a seguinte expressão:

$$Nu(x) = \frac{\alpha(x)D}{\lambda} \quad (3.1)$$

O coeficiente de convecção ao longo da conduta para um fluxo de calor constante é calculado a partir da equação 3.2,

$$\alpha(x) = \frac{q_w}{T_p(x) - T_m(x)} \quad (3.2)$$

sendo $T_p(x)$ a temperatura local da parede ao longo da conduta, $T_m(x)$ a temperatura da mistura local e q_w o fluxo de calor imposto na parede.

As diferentes formas de cálculo de Nusselt não são mais do que três formas diferentes de se obter a temperatura da mistura. A temperatura da parede será sempre a obtida através do software Fluent e o fluxo será uma constante para todos os casos.

3.1.1 – Temperatura de mistura – Introdução

A temperatura de mistura do fluido em uma dada secção transversal é definida em termos da energia térmica transportada pelo fluido conforme ele passa pela secção transversal. A taxa na qual esse transporte ocorre, \dot{E}_t , pode ser obtida pela integração do produto do fluxo de massa (ρu) e a energia interna por unidade de massa ($c_v T$) sobre a secção transversal. Ou seja,

$$\dot{E}_t = \int_{A_c} \rho u c_v T dA_c \quad (3.3)$$

Logo, se a temperatura da mistura é definida tal que

$$\dot{E}_t = \dot{m} c_v T_m \quad (3.4)$$

obtemos

$$T_m = \frac{\int_{A_c} \rho u c_v T dA_c}{\dot{m} c_v} \quad (3.5)$$

3.1.2 – Temperatura de mistura (1) – Primeira forma de cálculo de Nusselt

A primeira forma de se obter a temperatura da mistura, tendo sido este o caso utilizado no capítulo 2, é a partir do volume de controlo a um troço tubagem desde a entrada até ao local onde se pretende calcular o Nusselt. Assim é contabilizado o que entra pelas paredes e o que sai por advecção através da passagem do fluido na tubagem como se pode ver na equação 3.6:

$$(T_m(x) - T_o) c_p \bar{U} \rho \frac{\pi D^2}{4} = q_w \pi D x \quad (3.6)$$

A variável T_o será a temperatura na entrada da conduta, que será de 300 K e x será por sua vez o local da conduta que se está a estudar medido a partir da entrada.

A temperatura da mistura será obtida através da simplificação da equação 3.6, dando origem à equação 3.7:

$$T_m(x) = \frac{4q_w \pi x}{c_p \bar{U} \rho \pi D} + T_o \quad (3.7)$$

nesta equação não existe contabilização do calor que sai/entra por condução na entradas e saídas do volume de controlo.

3.1.3 - Temperatura de mistura (2) – Segunda forma de cálculo de Nusselt

A condução já será contabilizada na segunda forma de cálculo da temperatura da mistura, que será apresentada nas equações 3.8 e 3.9:

$$Q_{ef} + q_w \pi D x + \frac{q_w \pi D \lambda}{4 \rho \bar{U} c_p} = c_p \bar{U} \rho \frac{\pi D^2}{4} (T_m(x) - T_{ref}) \quad (3.8)$$

A variável Q_{ef} é a potência energética que entra na entrada da conduta, este valor é retirado do software Fluent através do comando “report fluxes – total heat transfer rate”. A terceira parcela a contar da esquerda da equação 3.8 é referente à condução axial do calor que entra no volume de controlo através da saída. Este calor foi determinado assumindo o $\partial T / \partial x$ constante sendo o seu valor dado pela equação 1.25. A temperatura de referência, T_{ref} , tem o valor de 298.15 K.

$$T_m(x) = \left(\frac{4Q_{ef}}{\rho D^2 c_p \bar{U} \pi} + \frac{4q_w x}{\rho D c_p \bar{U}} + \frac{q_w \lambda}{\rho^2 D c_p^2 \bar{U}^2} \right) + T_{ref} \quad (3.9)$$

$$T_m(x) = \left[\left(\frac{4}{\rho D c_p \bar{U}} \right) \left(\frac{Q_{ef}}{D \pi} + q_w x + \frac{q_w \lambda}{4 \rho c_p \bar{U}} \right) \right] + T_{ref} \quad (3.10)$$

Pela equação 3.10 podemos ver que a única variável é x , por isso, para facilitar os cálculos poderemos calcular as outras parcelas e colocá-las como constantes.

3.1.4 - Temperatura de mistura (3) – Terceira forma de cálculo de Nusselt

Na terceira forma de obtenção da temperatura da mistura não será necessário efectuar cálculos, pois esta será directamente obtida através do Fluent. Para a obter será necessário definir no Fluent uma linha de fronteira – “surface – line/rack” – onde a partir do comando “report - surface integral – mass weighted average” se obterá a temperatura média da mistura na linha criada. Este método é pouco expedito, visto ser necessário definir-se secções de estudo, por isso a sua metodologia será sempre aplicada em pontos limitados e não ao longo de toda a conduta, como nos dois casos anteriores.

3.2 – Resultados numéricos das três formas de obtenção de Nusselt

Será feita nesta secção um estudo do número de Nusselt para os vários casos de número de Reynolds e Prandtl e índices de potência, este tem como objectivo validar as três formas de cálculo descritas na secção 3.1.

Para tal foram escolhidos quatro pontos ao longo da conduta onde será calculado o número de Nusselt por cada processo. Será também calculado o erro de cada valor relativamente ao calculado pela forma descrita na secção 3.1.4. O cálculo do erro será então efectuado a partir da equação (3.11)

$$\text{Erro}_{x-3} = \frac{|Nu_x - Nu_3|}{Nu_3} \times 100 \quad (3.11)$$

Sendo o x a variável 1 e 2, isto é, Nu_1 significa a utilização do primeiro método de cálculo de Nusselt e Nu_2 a utilização do segundo método. O Nu_3 será o valor de referência referente à utilização do terceiro método de cálculo de Nusselt.

O erro relativo dos três processos de cálculo de Nusselt, em relação ao valor de Nusselt teoricamente esperado na zona plenamente desenvolvida, será denominado por *erro_t* e seguirá a seguinte expressão:

$$\text{erro}_t = \frac{Nu_{y-n}}{Nu_{t-n}} \quad (3.9)$$

A variável y será alusiva ao método estudado, podendo ser este 1, 2 ou 3, para um fluido com índice de potência n . O Nu_{t-n} representa o valor teórico esperado para escoamentos plenamente desenvolvidos para um índice de potência. Por exemplo, $Nu_{1-0.4} / Nu_{t-0.4}$, significará, valor Nusselt calculado pelo primeiro método para um fluido com um índice de potência de 0.4 a dividir pelo valor de Nusselt teoricamente esperado para um perfil, térmico e hidrodinâmico, plenamente desenvolvido para um fluido de índice de potência de 0.4.

3.2.1 – Caso $Re=1000$ $Pr=10$

Este estudo necessita de 400 diâmetros aproximadamente para que os perfis, hidrodinâmico e térmico, se tornem completamente desenvolvidos. Foi então escolhido para primeiro ponto de estudo um comprimento de conduta de aproximadamente 1 diâmetro, onde os perfis térmicos e hidrodinâmicos se encontram no início do seu desenvolvimento. No segundo ponto, situado nos 200 diâmetros, o perfil térmico ainda está em desenvolvimento apesar do perfil hidrodinâmico já se ter desenvolvido. O terceiro ponto escolhido, 400 diâmetros, será teoricamente o local da conduta onde se começaria a ter os perfis, hidrodinâmico e térmico, completamente desenvolvidos. O quarto ponto, de 550 diâmetros, englobará a secção da conduta onde, em princípio, o perfil térmico já será completamente desenvolvido.

Da tabela 3.1 à tabela 3.4 vamos estudar o erro dos métodos de cálculo relativamente ao método de cálculo de referência. Através dos resultados obtidos é notório que todos os métodos de cálculo conduzem aos mesmos valores de Nu , sendo o erro do cálculo de Nu_1 e Nu_2 relativamente ao Nu_3 irrelevante.

Tabela 3. 1 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	52.0219	52.0217	52.0465	0.047	0.048
200.0	6.9357	6.9357	6.9346	0.016	0.016
400.0	5.9822	5.9822	5.9801	0.035	0.035
550.0	6.2198	6.2198	6.2149	0.078	0.078

Tabela 3. 2 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.4$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	45.7603	45.7601	45.7794	0.042	0.042
200.0	5.8036	5.8036	5.8043	0.013	0.013
400.0	5.1634	5.1634	5.1641	0.014	0.014
550.0	5.0145	5.0145	5.0153	0.017	0.017

Tabela 3. 3 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	36.8817	36.8816	36.8941	0.034	0.034
200.0	5.1937	5.1937	5.1943	0.011	0.011
400.0	4.6139	4.6139	4.6145	0.012	0.012
550.0	4.4702	4.4702	4.4709	0.015	0.015

Tabela 3. 4 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.5$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	34.0839	34.0837	34.0945	0.031	0.032
200.0	5.0401	5.0401	5.0407	0.011	0.011
400.0	4.4679	4.4679	4.4685	0.012	0.012
550.0	4.3255	4.3255	4.3261	0.015	0.015

O último passo para a confirmação de resultados será o da comparação dos valores de Nu obtidos no final da conduta com os valores de Nu teoricamente esperados para perfis térmicos desenvolvidos. Os dados serão apresentados na tabela 3.5.

Tabela 3. 5 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=1000$, $Pr=10$ $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$

n	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
$n=0.2$	5.5172	5.9822	5.9822	5.9801
	Erro _t (%)	8.427	8.427	8.389
$n=0.4$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.9071	5.0145	5.0145	5.0153
	Erro _t (%)	2.189	2.189	2.206
$n=0.6$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.6281	4.7358	4.7358	4.7365
	Erro _t (%)	2.327	2.327	2.343
$n=0.8$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.4678	4.5736	4.5736	4.5743
	Erro _t (%)	2.369	2.369	2.384
$n=1$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.3636	4.4702	4.4702	4.4709
	Erro _t (%)	2.442	2.442	2.458
$n=1.2$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2905	4.3986	4.3986	4.3993
	Erro _t (%)	2.520	2.520	2.535
$n=1.4$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2363	4.3483	4.3483	4.3489
	Erro _t (%)	2.645	2.645	2.660
$n=1.5$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2141	4.3255	4.3255	4.3261
	Erro _t (%)	2.643	2.643	2.658

Conclui-se que para Re altos, visto ter-se estudado $Re=500$ e $Re=1000$, para índices de potência de $n=0.2$ existe um erro significativo entre os valores de Nu obtidos pelos três métodos de cálculo e o valor teoricamente esperado para perfis térmicos completamente desenvolvidos. Esse erro diminui para os restantes casos de estudo com diferentes índices de potência, de $n=0.4$ a $n=1.5$, contudo o valor de erro ainda é

expressivo. De referir também que apesar do estudo para $Re=1000$ ter sido feito numa malha muito grosseira, como é descrito na secção 2.5, os valores esperados no final da conduta não saem lesados de forma contundente na avaliação destes resultados.

3.2.2 – Caso $Re=500$ $Pr=10$

Este estudo necessita de aproximadamente 200 diâmetros para que os perfis, hidrodinâmico e térmico, se tornem completamente desenvolvidos. Foi então escolhido para primeiro ponto de estudo um comprimento de conduta de aproximadamente 1 diâmetro, onde os dois perfis se encontram no início do seu desenvolvimento. No segundo ponto, com 100 diâmetros de conduta, o perfil térmico ainda estará em desenvolvimento, estando o perfil hidrodinâmico já desenvolvido. O terceiro ponto escolhido, 200 diâmetros, será o que teoricamente seria o local da conduta onde se começaria a ter os perfis, hidrodinâmico e térmico, completamente desenvolvidos. O quarto ponto, de 350 diâmetros, englobará a secção da conduta onde, em princípio, os perfis já estarão completamente desenvolvidos.

Da tabela 3.6 à tabela 3.9 é estudado o erro dos métodos de cálculo relativamente ao método de cálculo de referência (método 3 – secção 3.1.4) para $Re=500$ e $Pr=10$, o que origina um Péclet de $Pe=5000$

Tabela 3. 6 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	37.1484	37.1482	37.1521	0.010	0.010
100.0	7.6800	7.6800	7.6794	0.007	0.007
200.0	6.4928	6.4928	6.4921	0.011	0.011
350.0	6.0562	6.0562	6.0555	0.013	0.013

Tabela 3. 7 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.4$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	32.7214	32.7212	32.7242	0.009	0.009
100.0	5.8040	5.8040	5.8037	0.005	0.005
200.0	5.1579	5.1579	5.1576	0.005	0.005
350.0	4.9469	4.9469	4.9464	0.010	0.010

Tabela 3. 8 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	27.2992	27.2991	27.3012	0.007	0.008
100.0	5.1941	5.1941	5.1938	0.005	0.005
200.0	4.6138	4.6138	4.6136	0.005	0.005
350.0	4.4086	4.4086	4.4083	0.007	0.007

Tabela 3. 9 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.5$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	25.4703	25.4702	25.4720	0.007	0.007
100.0	5.0456	5.0456	5.0454	0.005	0.004
200.0	4.4678	4.4678	4.4676	0.005	0.005
350.0	4.2604	4.2604	4.2601	0.006	0.006

Na tabela 3.10 é possível verificar que os erros obtidos para índices de potência iguais ou superiores a 0.4 são da ordem de 1%, relativamente ao valor teoricamente esperado de Nu , para um perfil perfeitamente desenvolvido. Para um índice de potência $n=0.2$ o caso já será mais extremo, existirá um erro a rondar os 10%, erro este que não pode ser ignorado.

Tabela 3. 10 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=500$, $Pr=10$ $n=0.2$, $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$

n	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	Erro _t (%)			
$n=0.2$	5.5172	6.0562	6.0562	6.0555
	9.769	9.769	9.755	
$n=0.4$	4.9071	4.9469	4.9469	4.9464
	0.812	0.812	0.802	
$n=0.6$	4.6281	4.6711	4.6711	4.6706
	0.928	0.928	0.918	
$n=0.8$	4.4678	4.5132	4.5132	4.5129
	1.017	1.017	1.010	
$n=1$	4.3636	4.4086	4.4086	4.4083
	1.030	1.030	1.023	
$n=1.2$	4.2905	4.3351	4.3351	4.3348
	1.040	1.040	1.033	
$n=1.4$	4.2363	4.2825	4.2825	4.2821
	1.092	1.092	1.083	
$n=1.5$	4.2141	4.2604	4.2604	4.2601
	1.098	1.098	1.092	

Desta forma será concluído que qualquer que seja o método de cálculo de Nusselt os erros obtidos tanto em relação ao terceiro método como em relação ao valor teoricamente esperado serão sempre semelhantes. O estudo de índices de potência muito baixos para valores de Re elevados terá sempre um erro significativo.

3.2.3 – Caso de $Re=100$ $Pr=10$

Este estudo necessita de 40 diâmetros, aproximadamente, para que os perfis, hidrodinâmico e térmico, se tornem completamente desenvolvidos. Para que o estudo do Nusselt fosse o mais coerente foram escolhidos pontos com um crescimento gradual que englobassem da melhor forma os vários estágios do desenvolvimento do perfil térmico. Foi então escolhido para primeiro ponto de estudo um comprimento de conduta, de aproximadamente 1 diâmetro, onde os perfis, térmico e hidrodinâmico, se encontram no início do seu desenvolvimento. O segundo ponto escolhido, 40 diâmetros, corresponde ao que teoricamente seria o local da conduta, onde se começaria a ter um perfil térmico completamente desenvolvido, juntamente com o perfil hidrodinâmico. O terceiro e quarto ponto, de 80 e 115 diâmetros respectivamente, englobarão secções da conduta onde, em princípio, os perfis já serão plenamente desenvolvidos. O quarto ponto será comparado com o valor de Nusselt teoricamente esperado para um perfil completamente desenvolvido.

Tabela 3. 11 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	18.0908	18.0897	18.0992	0.046	0.052
40.0	6.2325	6.2324	6.2343	0.028	0.030
80.0	5.6351	5.6350	5.6375	0.042	0.044
115.0	5.5260	5.5259	5.5230	0.054	0.052

Através da tabela 3.11 podemos concluir que nas três formas de cálculo de Nu se obtêm valores de Nu bastante semelhantes, os erros rondam os 0.05%, portanto qualquer método de cálculo de Nusselt para este caso será adequado.

Tabela 3. 12 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=0.4$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	15.6802	15.6793	15.6865	0.040	0.046
40.0	5.1590	5.1590	5.1603	0.024	0.025
80.0	4.9273	4.9272	4.9291	0.036	0.038
115.0	4.9012	4.9012	4.8989	0.048	0.046

Os erros apresentados na tabela 3.12 foram inferiores aos apresentados na tabela 3.11; concluímos que se poderá, também aqui, usar qualquer método de cálculo na obtenção de Nusselt.

Tabela 3. 13 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=1$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	13.8365	13.8357	13.8414	0.035	0.041
40.0	4.6147	4.6146	4.6157	0.021	0.023
80.0	4.3852	4.3851	4.3866	0.032	0.034
115.0	4.3607	4.3606	4.3588	0.043	0.041

Tabela 3. 14 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=1.5$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	13.2433	13.2424	13.2478	0.034	0.040
40.0	4.4687	4.4686	4.4696	0.020	0.023
80.0	4.2385	4.2384	4.2398	0.031	0.033
115.0	4.2084	4.2084	4.2067	0.041	0.039

Podemos concluir a partir das tabelas 3.11; 3.12; 3.13; 3.14; que qualquer um dos métodos estudados teria o mesmo índice de fiabilidade para o estudo de $Re=100$ e $Pr=10$. Concluimos também que o índice de potência não influencia os resultados de forma a que o erro se demonstre determinante. Os restantes estudos para índices de potência de $n=0.6$; $n=0.8$; $n=1.2$ e $n=1.4$ serão apresentados no anexo [A].

Para concluir o estudo, será comparado o valor teoricamente esperado de Nu para perfis completamente desenvolvidos com os valores obtidos para cada caso no quarto ponto estudado, estes valores serão apresentados na tabela 3.15.

Tabela 3. 15 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=100$ $Pr=10$ $n=0.2$, $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$

n	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	Erro _t (%)			
$n=0.2$	5.5172	5.5260	5.5259	5.5230
	Erro _t (%)	0.158	0.156	0.104
$n=0.4$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.9071	4.9012	4.9012	4.8989
	Erro _t (%)	0.119	0.120	0.167
$n=0.6$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.6281	4.6260	4.6259	4.6239
	Erro _t (%)	0.046	0.047	0.091
$n=0.8$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.4678	4.4631	4.4630	4.4611
	Erro _t (%)	0.106	0.108	0.150
$n=1$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.3636	4.3607	4.3606	4.3588
	Erro _t (%)	0.068	0.069	0.110
$n=1.2$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2905	4.2851	4.2850	4.2833
	Erro _t (%)	0.126	0.128	0.168
$n=1.4$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2363	4.2301	4.2300	4.2283
	Erro _t (%)	0.146	0.148	0.188
$n=1.5$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2141	4.2084	4.2084	4.2067
	Erro _t (%)	0.134	0.136	0.175

Pela tabela 3.15 conclui-se que não existe um método de cálculo de Nusselt em que o erro fosse sempre o mais baixo, existem oscilações do erro para cada método relativamente ao valor esperado teoricamente. Os valores dos erros apresentados são relativamente baixos, portanto o estudo de Nusselt para qualquer índice de potência e para $Re=100$ e $Pr=10$ poderá ser feito com qualquer método. De referir que o terceiro método de cálculo de Nusselt será só utilizado como referência teoricamente mais fiável aos outros dois métodos, visto o cálculo do Nusselt local ao longo da conduta não ser possível ser feito de uma forma eficaz.

3.2.4 – Caso $Re=10$ $Pr=10$

Este estudo necessita de aproximadamente 4 diâmetros para que os perfis, hidrodinâmico e térmico, se tornem completamente desenvolvidos. Foi então escolhido para primeiro ponto de estudo um comprimento de conduta de aproximadamente 1 diâmetro, onde os perfis, térmico e hidrodinâmico, se encontram no início do seu desenvolvimento. O segundo ponto escolhido, 4 diâmetros, será o que teoricamente seria o local da conduta onde se começaria a ter os perfis, hidrodinâmico e térmico, completamente desenvolvidos. O terceiro e quarto ponto, de 10 e 18 diâmetros

respectivamente, englobarão secções da conduta onde, em princípio, os perfis serão completamente desenvolvidos.

Tabela 3. 16 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	7.7676	7.7453	7.7828	0.196	0.483
4.0	5.7937	5.7813	5.8019	0.141	0.355
10.0	5.5196	5.5083	5.5355	0.287	0.491
18.0	5.5069	5.4957	5.5324	0.460	0.663

A tabela 3.16, elaborada para um índice de potência igual a 0.2 é onde se verifica um maior erro, sendo este inferior a 1%.

Tabela 3. 17 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.4$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	6.9583	6.9390	6.9713	0.185	0.463
4.0	5.1641	5.1535	5.1713	0.138	0.344
10.0	4.9108	4.9012	4.9227	0.241	0.436
18.0	4.9008	4.8912	4.9202	0.394	0.589

Tabela 3. 18 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	6.2460	6.2281	6.2557	0.154	0.440
4.0	4.6231	4.6133	4.6278	0.102	0.314
10.0	4.3683	4.3595	4.3765	0.188	0.388
18.0	4.3565	4.3478	4.3706	0.323	0.523

Tabela 3. 19 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.5$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	6.0547	6.0369	6.0631	0.138	0.432
4.0	4.4765	4.4668	4.4804	0.087	0.305
10.0	4.2191	4.2105	4.2263	0.170	0.375
18.0	4.2081	4.1995	4.2209	0.302	0.506

As tabelas 3.17; 3.18; 3.19 que correspondem aos valores de Nusselt para os índices de potência estudados, demonstram que para qualquer um dos métodos de estudo de Nusselt relativamente ao método de referência (método 3) irão originar valores coerentes.

Tabela 3. 20 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=10$, $Pr=10$, $n=0.2$, $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$

$n=0.2$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	5.5172	5.5069	5.4957	5.5324
	Erro _t (%)	0.187	0.390	0.274
$n=0.4$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.9071	4.9008	4.8912	4.9202
	Erro _t (%)	0.128	0.323	0.268
$n=0.6$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.6281	4.6213	4.6122	4.6380
	Erro _t (%)	0.148	0.343	0.214
$n=0.8$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.4678	4.4627	4.4539	4.4779
	Erro _t (%)	0.114	0.312	0.226
$n=1$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.3636	4.3565	4.3478	4.3706
	Erro _t (%)	0.164	0.364	0.160
$n=1.2$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2905	4.2847	4.2761	4.2982
	Erro _t (%)	0.134	0.336	0.179
$n=1.4$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2363	4.2297	4.2211	4.2427
	Erro _t (%)	0.154	0.357	0.153
$n=1.5$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2141	4.2081	4.1995	4.2209
	Erro _t (%)	0.142	0.346	0.161

Pela análise de resultados da tabela 3.20, é notório que o primeiro método será o método com maior aproximação do Nu quando os perfis se desenvolvem plenamente. Contudo os dois restantes métodos não se afastam de forma significativa, sendo o seu erro sempre inferior a 0.5%

3.2.5 – Caso $Re=1$ $Pr=10$

Este estudo necessita de 1 diâmetro aproximadamente para que os perfis, hidrodinâmico e térmico, se tornem completamente desenvolvidos. Foi então escolhido para primeiro ponto de estudo um comprimento de conduta com aproximadamente 10% de diâmetro, onde os perfis, térmico e hidrodinâmico, se encontram no início do seu desenvolvimento. No segundo ponto, com 40% de diâmetro de comprimento de conduta, os perfis, térmico e hidrodinâmico, ainda estão em desenvolvimento. O terceiro ponto escolhido, 1 diâmetro, será teoricamente o local da conduta onde se começaria a ter os perfis, hidrodinâmico e térmico, completamente desenvolvidos. O

quarto ponto, de 4 diâmetros, englobará a secção da conduta onde, em princípio, o perfil térmico já será completamente desenvolvido juntamente com o perfil hidrodinâmico.

Da tabela 3.21 à tabela 3.24 vamos estudar o erro dos métodos de cálculo relativamente ao método de cálculo de referência.

Tabela 3. 21 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.2$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
0.10	11.7320	8.3169	12.1127	3.143	31.338
0.40	6.6404	5.3881	6.5709	1.056	18.002
1.00	5.7872	4.8124	5.6778	1.926	15.242
4.01	5.6805	4.7384	5.6058	1.331	15.474

Tabela 3. 22 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.4$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
0.10	10.9279	7.7591	11.3609	3.812	31.704
0.40	6.0032	4.9032	5.9022	1.710	16.927
1.00	5.1806	4.3403	5.0345	2.901	13.790
4.01	5.0897	4.2763	4.9702	2.403	13.962

Tabela 3. 23 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
0.10	10.1222	7.1853	10.5838	4.362	32.111
0.40	5.4057	4.4371	5.2811	2.358	15.982
1.00	4.6363	3.9052	4.4589	3.979	12.418
4.01	4.5675	3.8563	4.4117	3.533	12.589

Tabela 3. 24 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.5$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
0.10	9.8794	7.0131	10.3483	4.531	32.229
0.40	5.2395	4.3061	5.1101	2.532	15.733
1.00	4.4889	3.7859	4.3043	4.288	12.045
4.01	4.4244	3.7399	4.2600	3.860	12.209

Os valores de Nusselt calculados a partir do segundo método de cálculo de Nusselt (ver secção 3.1.3) diferem de forma abrupta dos outros resultados de Nu . Vai ser estudado outro caso com o mesmo número de Péclet mas com um Re superior para ver se o erro é constante para Péclet iguais.

Tabela 3. 25 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=1$, $Pr=10$, $n=0.2$, $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$

n	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	Erro _t (%)			
$n=0.2$	5.5172	5.6805	4.7384	5.6058
	Erro _t (%)	2.959	14.117	1.606
$n=0.4$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.9071	5.0897	4.2763	4.9702
$n=0.6$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.6281	4.8215	4.0618	4.6827
$n=0.8$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.4678	4.6667	3.9369	4.5175
$n=1$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.3636	4.5675	3.8563	4.4117
$n=1.2$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2905	4.4969	3.7989	4.3368
$n=1.4$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2363	4.4443	3.7562	4.2812
$n=1.5$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2141	4.4244	3.7399	4.2600

A tabela 3.25 apresentada, confirma que o segundo método de cálculo de Nusselt estará posto de parte para este caso. Quanto ao primeiro método é notório que o aumento do índice de potência amplia o erro entre o valor de Nu calculado pelo primeiro método e o valor teoricamente esperado para o perfil térmico plenamente desenvolvido. O valor do erro é significativo, chegando a valores de 5%, assim, um dos princípios será aumentar o comprimento da conduta, mas como é possível verificar no cálculo de Nusselt a partir do terceiro método, o valor de Nusselt já se aproxima bastante do teoricamente esperado.

3.2. 6 – Caso de $Re=100$ $Pr=0.1$

Este estudo tem como principal objectivo verificar se os valores obtidos na secção 3.2.5 são dependentes do número de Péclet, isto é, se os valores calculados pela segunda forma de cálculo de Nusselt estarão sempre errados para valores de Péclet iguais a 10.

Este estudo necessita de 6 diâmetros de conduta aproximadamente para que os perfis, hidrodinâmico e térmico, se tornem completamente desenvolvidos. Foi então escolhido para primeiro ponto de estudo um comprimento de conduta com aproximadamente 1 diâmetro, onde os perfis, térmico e hidrodinâmico, se encontram no início do seu desenvolvimento. No segundo ponto, com 3 diâmetros de comprimento de conduta, os perfis, térmico e hidrodinâmico, continuam em desenvolvimento. O terceiro ponto escolhido, 6 diâmetros, será teoricamente o local da conduta onde se começaria a ter os perfis, hidrodinâmico e térmico, completamente desenvolvidos. O quarto ponto, com 20 diâmetros de comprimento de conduta, englobará a secção da conduta onde, em princípio, o perfil térmico já será completamente desenvolvido juntamente com o perfil hidrodinâmico.

Tabela 3. 26 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=0.01$ $n=0.2$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	6.1251	5.1144	6.1587	0.545	16.956
3.0	5.7207	4.8294	5.7470	0.457	15.967
6.0	5.6494	4.7784	5.7047	0.970	16.237
20.0	5.5858	4.7328	5.2705	5.981	10.202

Tabela 3. 27 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=0.01$ $n=0.4$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	5.6169	4.7367	5.6316	0.260	15.890
3.0	5.0903	4.3566	5.0926	0.045	14.452
6.0	4.9981	4.2889	5.0204	0.444	14.570
20.0	4.9731	4.2705	4.7035	5.733	9.205

Tabela 3. 28 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=0.01$ $n=1$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	5.1115	4.3316	5.0772	0.675	14.685
3.0	4.5765	3.9412	4.5354	0.906	13.102
6.0	4.4733	3.8644	4.4488	0.553	13.135
20.0	4.4533	3.8495	4.1977	6.088	8.297

Tabela 3. 29 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=0.01$ $n=1.5$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	4.9428	4.1867	4.8797	1.294	14.201
3.0	4.4408	3.8208	4.3771	1.455	12.709
6.0	4.3360	3.7430	4.2885	1.106	12.721
20.0	4.3209	3.7318	4.0582	6.473	8.044

As tabelas 3.26 a 3.29 confirmam que para números de Péclet iguais a 10 o cálculo de Nusselt não poderá ser feito a partir do segundo método de cálculo descrito no capítulo 3.1.3. Podemos observar que o erro do valor de Nusselt é significativo no

último ponto de estudo da conduta, quando se compara o primeiro método de cálculo de Nusselt em relação ao terceiro método de obtenção de Nusselt.

Através da seguinte tabela 3.30, verifica-se que o terceiro método de se obter Nusselt no ponto de estudo tem um erro superior ao do primeiro método.

Tabela 3. 30 – Valor de Nusselt teórico esperado para perfis desenvolvidos e valores de Nu para as três formas estudadas para o quarto ponto de estudo, erro entre os valores de Nu_n e Valor teórico para $Re=100$, $Pr=0.01$, $n=0.2$, $n=0.4$, $n=0.6$, $n=0.8$, $n=1$, $n=1.2$, $n=1.4$, $n=1.5$

n	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	Erro _t (%)			
$n=0.2$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	5.5172	5.5858	4.7328	5.2705
	Erro _t (%)	1.242	14.217	4.472
$n=0.4$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.9071	4.9731	4.2705	4.7035
	Erro _t (%)	1.346	12.972	4.149
$n=0.6$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.6281	4.7034	4.0566	4.4453
	Erro _t (%)	1.626	12.348	3.950
$n=0.8$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.4678	4.5518	3.9325	4.2967
	Erro _t (%)	1.879	11.982	3.830
$n=1$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.3636	4.4533	3.8495	4.1977
	Erro _t (%)	2.055	11.783	3.802
$n=1.2$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2905	4.3900	3.7940	4.1318
	Erro _t (%)	2.320	11.573	3.697
$n=1.4$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2363	4.3399	3.7493	4.0789
	Erro _t (%)	2.447	11.496	3.715
$n=1.5$	Valor Teórico	Nu_1	Nu_2	Nu_3
	4.2141	4.3209	3.7318	4.0582
	Erro _t (%)	2.536	11.445	3.698

Conclui-se que o primeiro método, apesar de não conseguir em vários casos obter valores de Nusselt para os perfis, térmico e hidrodinâmico, completamente desenvolvidos de encontro com o teoricamente esperado, o seu erro máximo para índices de potência superiores ou iguais a 0.4 será de 5% relativamente ao valor teoricamente esperado, portanto será este o método a utilizar no capítulo que se segue. Para Re elevados os valores de Nu para índices de potência igual a 0.2 contêm um erro significativo, o mesmo não acontecendo para valores de Re baixos. O Re limita o estudo de Pr pequenos, podendo se dizer que os estudos serão feitos para números de Péclet entre 10 e 10000.

A simulação e estudo térmico de perfis com Péclet inferiores a 10 originará valores de Nusselt diferentes daqueles previstos pelas soluções analíticas. O facto das soluções analíticas assumirem números de Pe elevados para simplificar a equação a integrar, isto é, o transporte de energia por advecção é sempre superior àquele originado por difusão, está certamente na base das discrepâncias detectadas. O valor de Nusselt, calculado através do método Nu_3 tenderá aparentemente para um valor inferior ao valor teórico com perfis completamente desenvolvidos.

4 – f e Nu , apresentação e discussão de resultados

Neste capítulo será feita a análise dos resultados obtidos. Na primeira parte fará-se uma análise breve sobre o estudo hidrodinâmico em que o perfil de velocidades está em desenvolvimento. A segunda parte do capítulo incide sobre o estudo térmico.

Para finalizar será feito uma crítica sobre os resultados analisados.

4.1 – Estudo Hidrodinâmico

Neste capítulo será apresentado a evolução do coeficiente de fricção de Darcy na parede ao longo da conduta para os números de Reynolds em estudo.

A figura 4.1 será para $Re=1000$, a figura 4.2 para $Re=500$, e as figuras 4.3, 4.4 e 4.5 serão para valores de Reynolds de 100, 10 e 1, respectivamente.

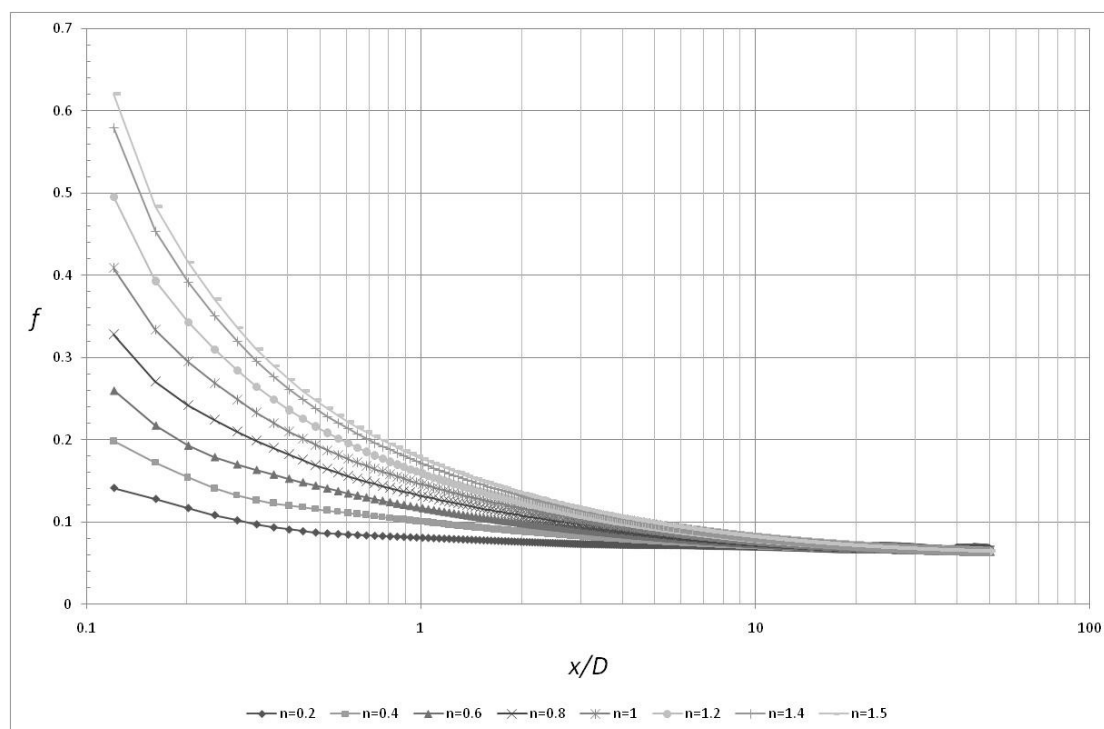


Figura 4. 1 – Evolução do f em função de x/D para vários índices de potência e para $Re=1000$

Quanto maior for o índice de potência maior será o coeficiente de fricção à entrada, e por sua vez, quanto menor for o número de Re maior será o coeficiente de fricção.

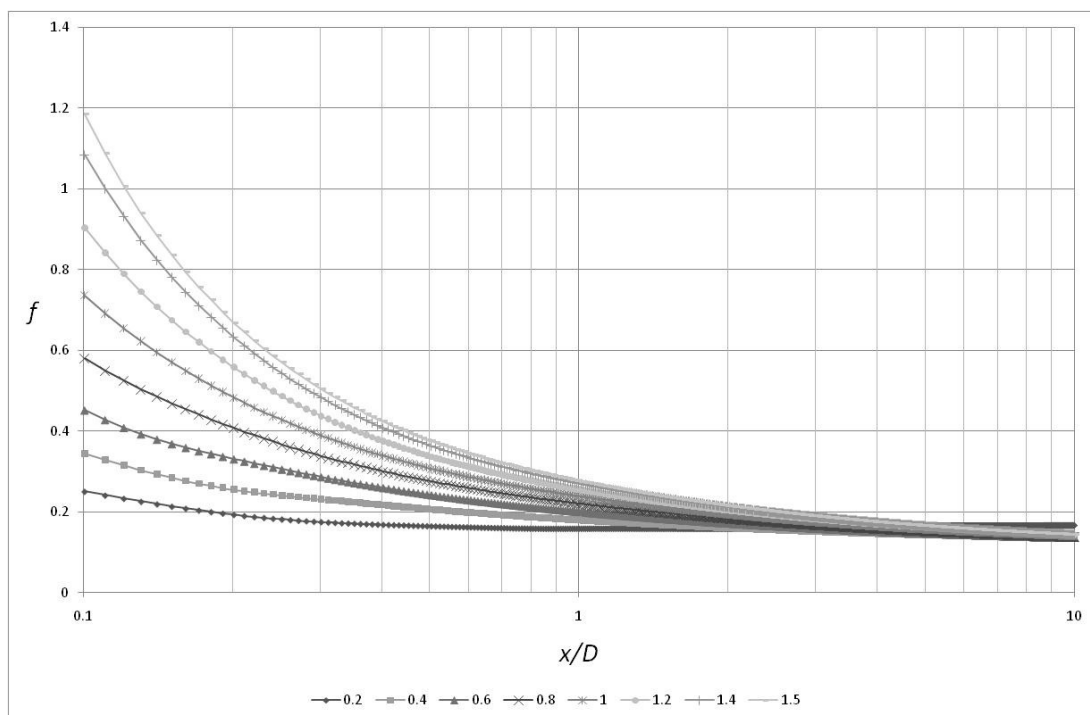


Figura 4. 2 – Evolução do f em função de x/D para vários índices de potência e para $Re=500$

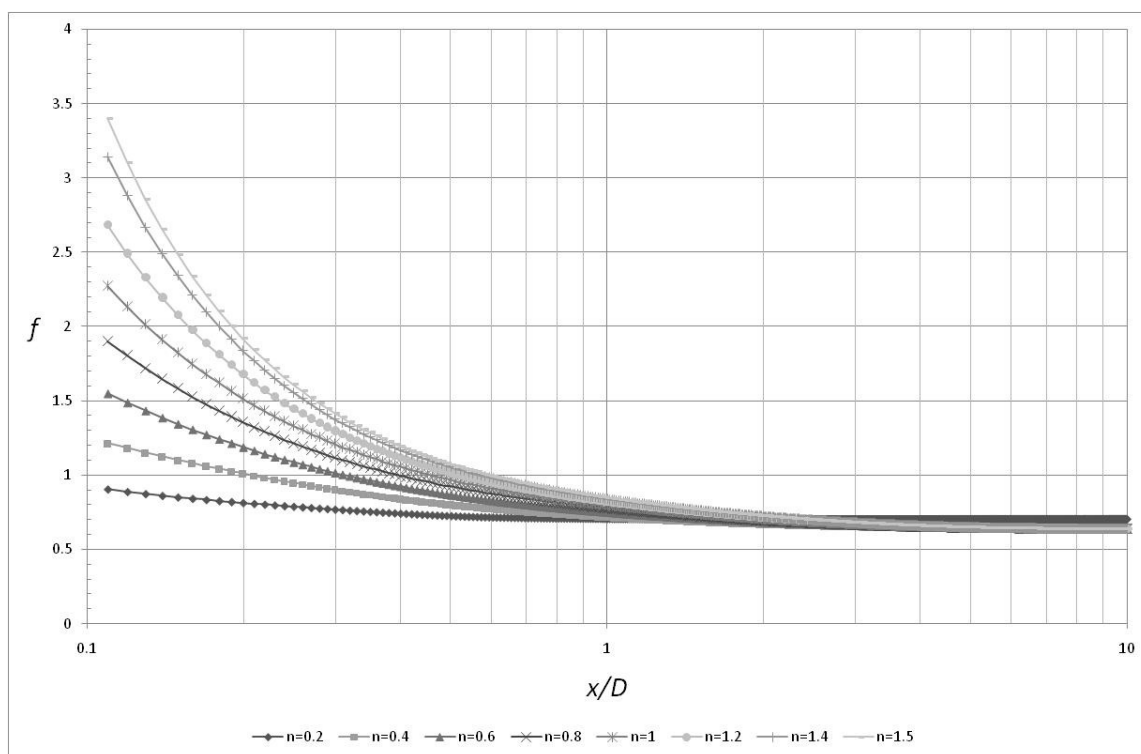


Figura 4. 3 – Evolução do f em função de x/D para vários índices de potência e para $Re=100$

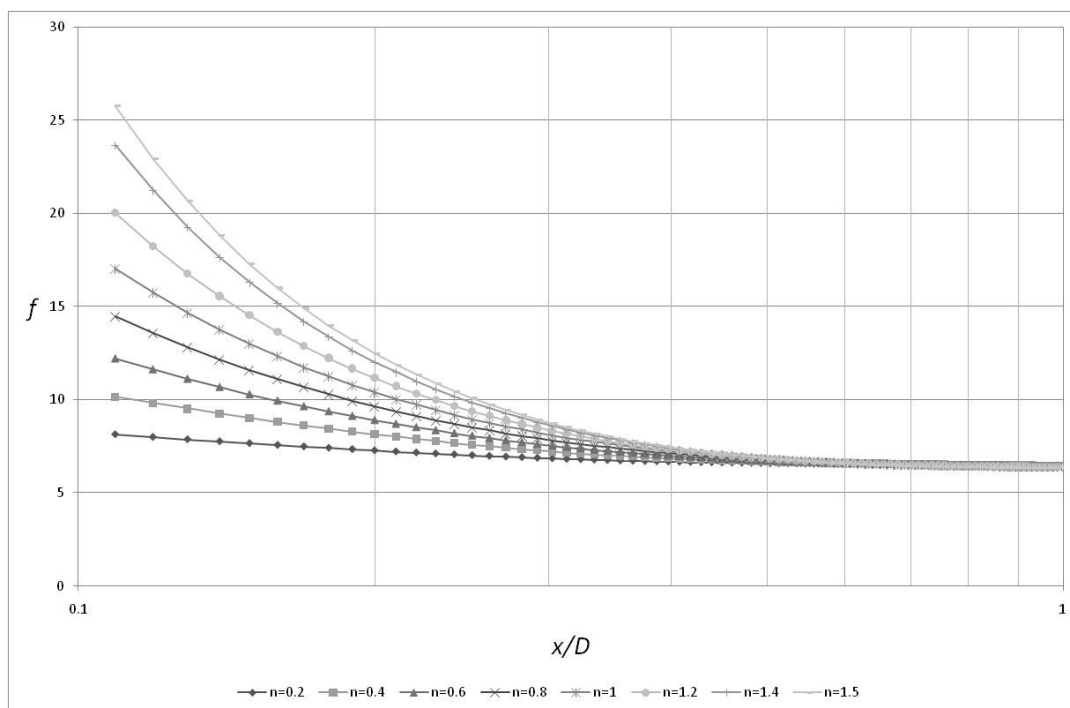


Figura 4. 4 – Evolução do f em função de x/D para vários índices de potência e para $Re=10$

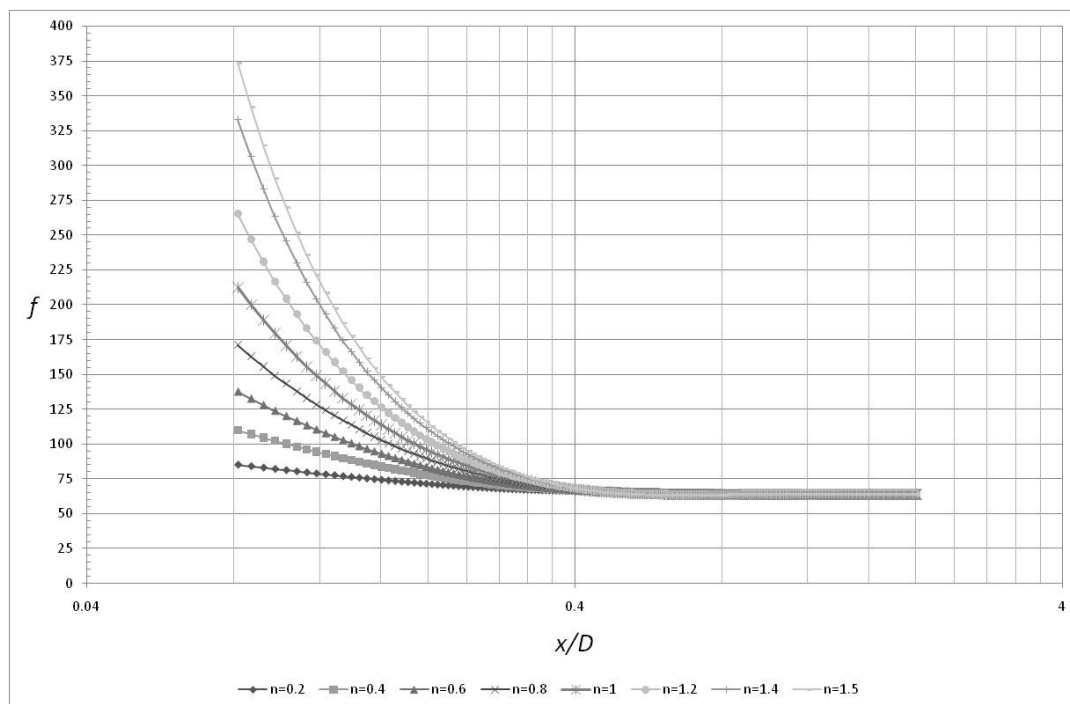


Figura 4. 5 – Evolução do f em função de x/D para vários índices de potência e para $Re=1$

4.2 – Estudo Térmico

Neste capítulo serão apresentados os vários estudos feitos para diferentes números de Reynolds e Prandtl. A discussão de resultados será feita após a apresentação das figuras representativas do Nu em função de x/D . Será feito o estudo para vários tipos de fluidos, quatro por capítulo estando os restantes em anexo.

4.2.1 – Caso $Re=1000$

Como já foi visto na secção 2.5, a exactidão de resultados neste estudo não foi a pretendida. Contudo o estudo será feito visto os resultados coincidirem de uma forma razoável com os valores teoricamente esperados como pudemos constatar na secção 3.2.1. Também na secção anteriormente referida foi visto que para $Re=1000$ os valores de Nu para $n=0.2$ tinham um erro significativo, com esse ponto tomado em conta serão exibidos nos gráficos que se seguem os valores de Nu em função de x/D para $n=0.4$, $n=1$ e $n=1.5$.

A figura 4.6 que representa a evolução de Nu ao longo da conduta para um índice de potência $n=0.4$.

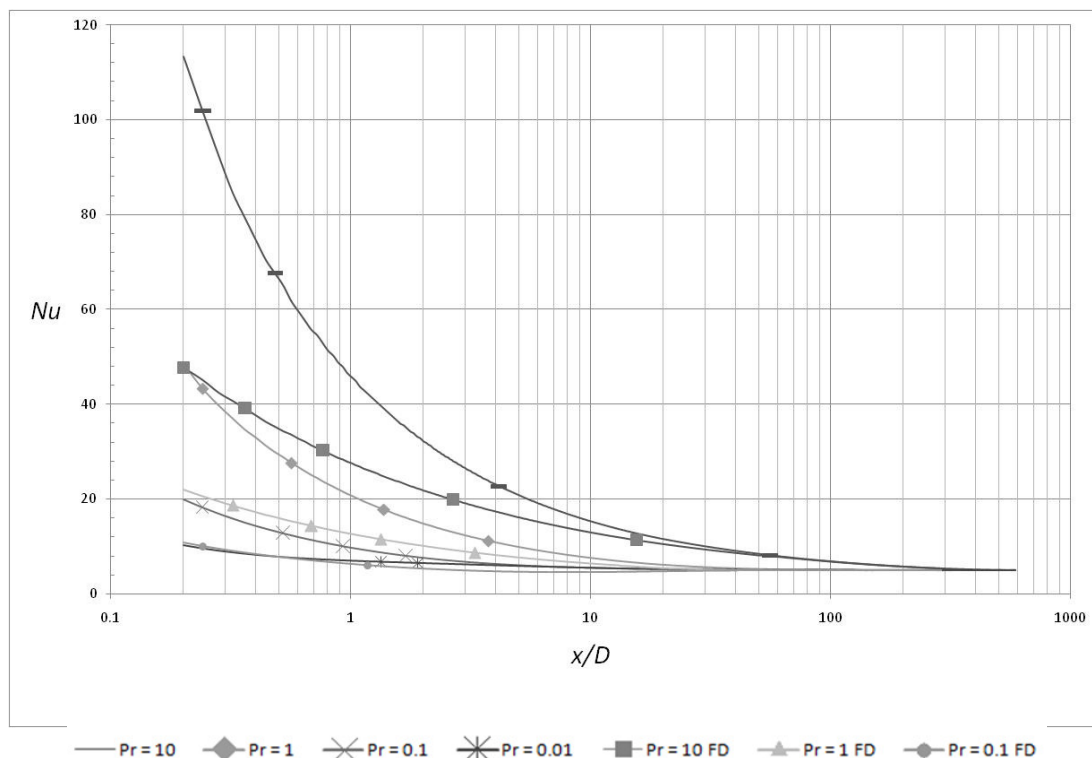


Figura 4. 6 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1000$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

Através da figura 4.6, que representa a evolução do número de Nusselt ao longo da conduta para vários números de Prandtl para os perfis de velocidade à entrada

desenvolvido e em desenvolvimento, podemos concluir que quanto maior for o Pr maior serão os valores de Nu na entrada da conduta. De salientar a influência que o desenvolvimento do perfil de velocidades tem nos valores de Nu na entrada da conduta, observa-se um maior valor de Nu quando os perfis térmicos estão a desenvolver-se em conjunto com o perfil de velocidades.

No caso dos perfis, térmico e hidrodinâmico, completamente desenvolvidos o valor de Nusselt para os vários casos estudados tende para o mesmo valor, isto é, independentemente do número de Prandtl como seria de esperar pela equação 1.28.

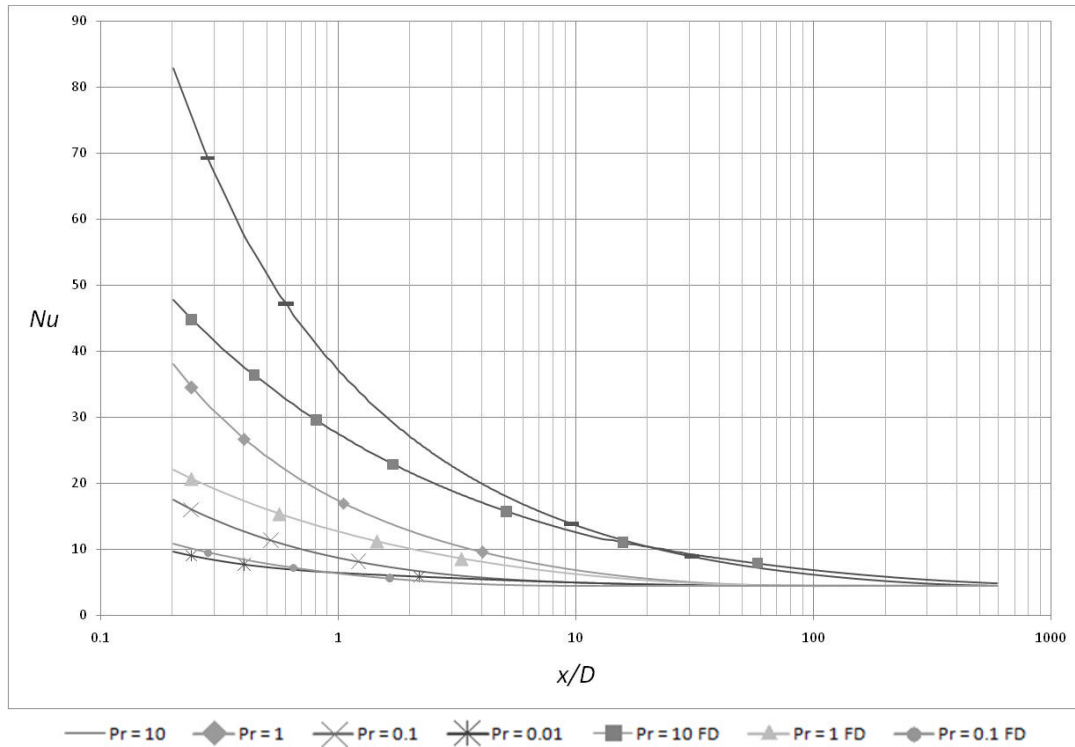


Figura 4. 7 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1000$ e $n = 1$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

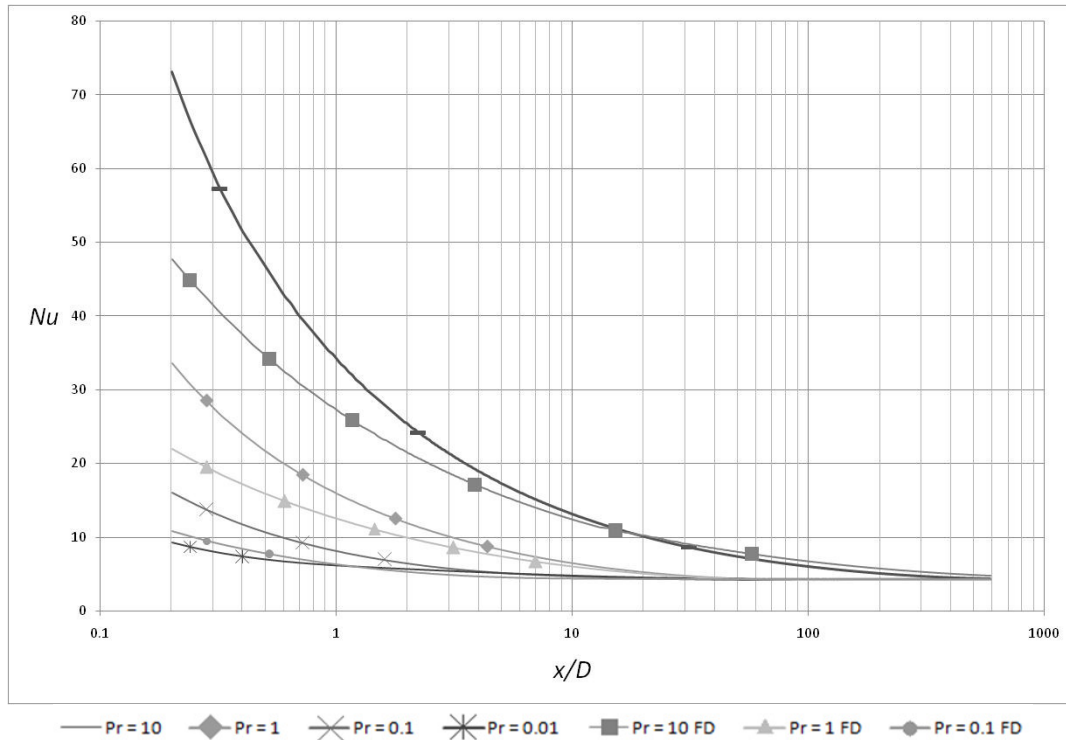


Figura 4. 8 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1000$ e $n = 1.5$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

As mesmas conclusões se tiram para o fluido Newtoniano (figura 4.7) e para o fluido com uma menor viscosidade (figura 4.8), isto é, com índices de potência elevados. Os restantes estudos para fluidos com um índice de viscosidade diferentes estarão representados no anexo [B].

4.2.2 – Caso $Re=500$

Este será o caso de estudo com Re elevado simulado numa malha com um refinamento satisfatório. Na secção 3.2.2 foi visto que para $Re = 500$ os valores de Nu para $n=0.2$ tinham um erro significativo, desta forma o seu estudo não foi efectuado. Serão exibidos nos gráficos que se seguem os valores de Nu em função de x/D para $n=0.4$, $n=1$ e $n=1.5$.

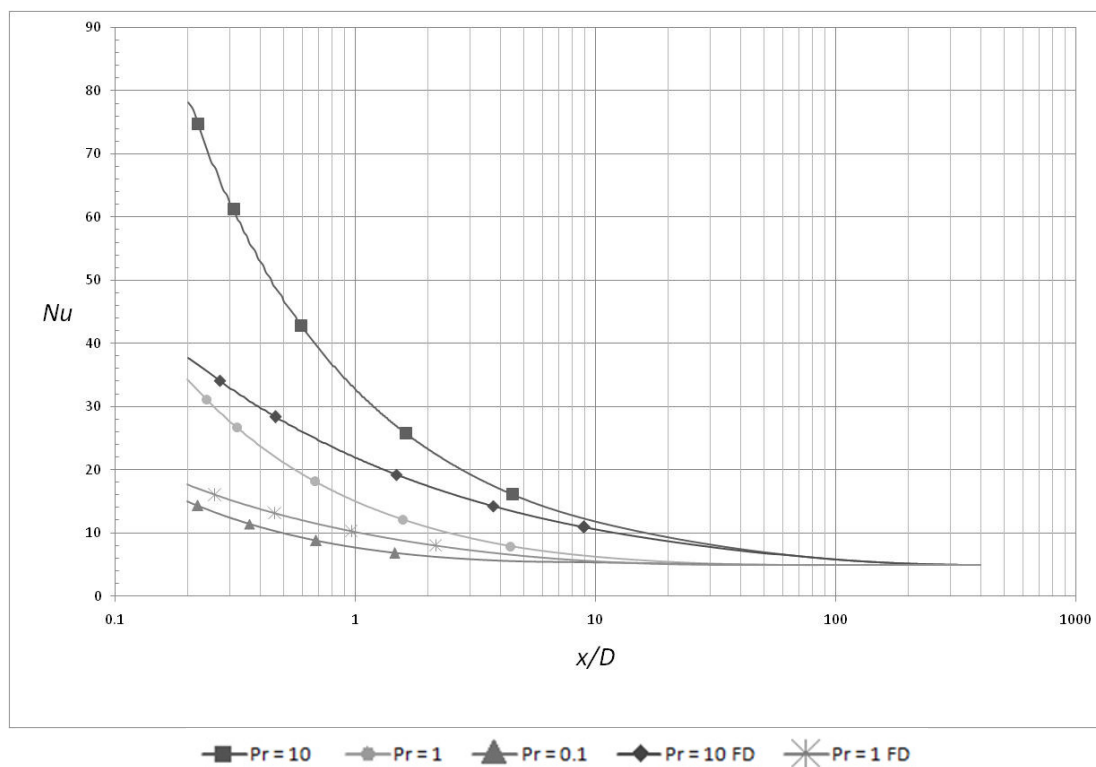


Figura 4. 9 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 500$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

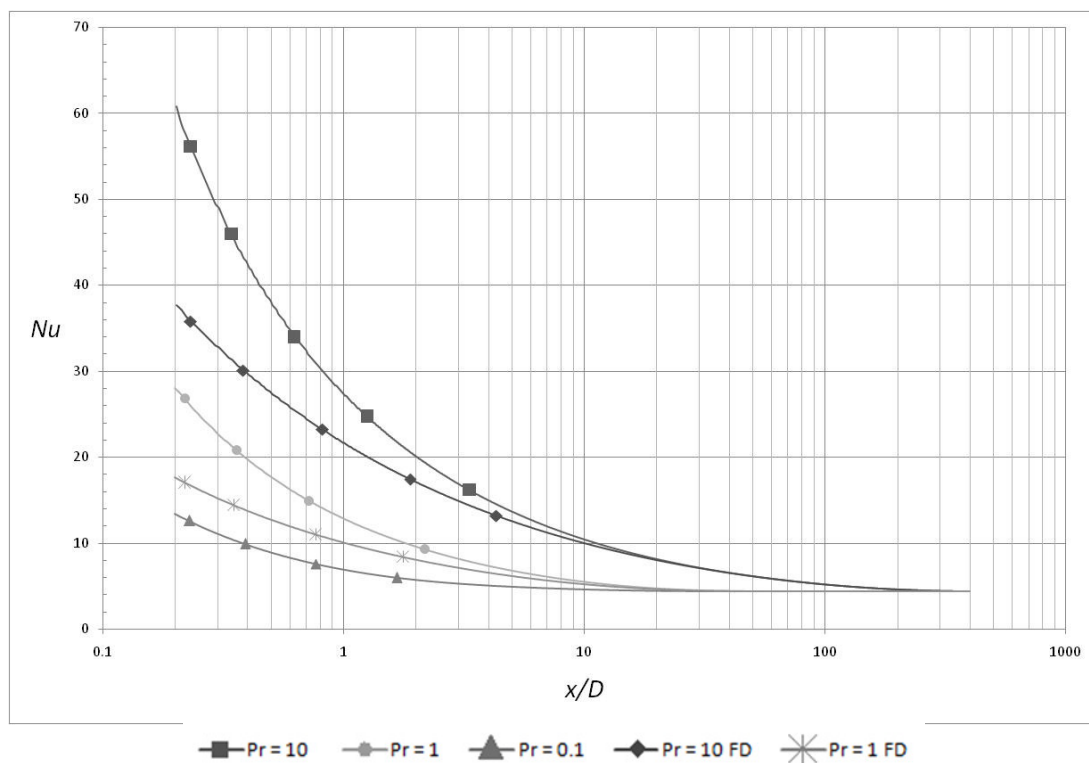


Figura 4. 10 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 500$ e $n = 1$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

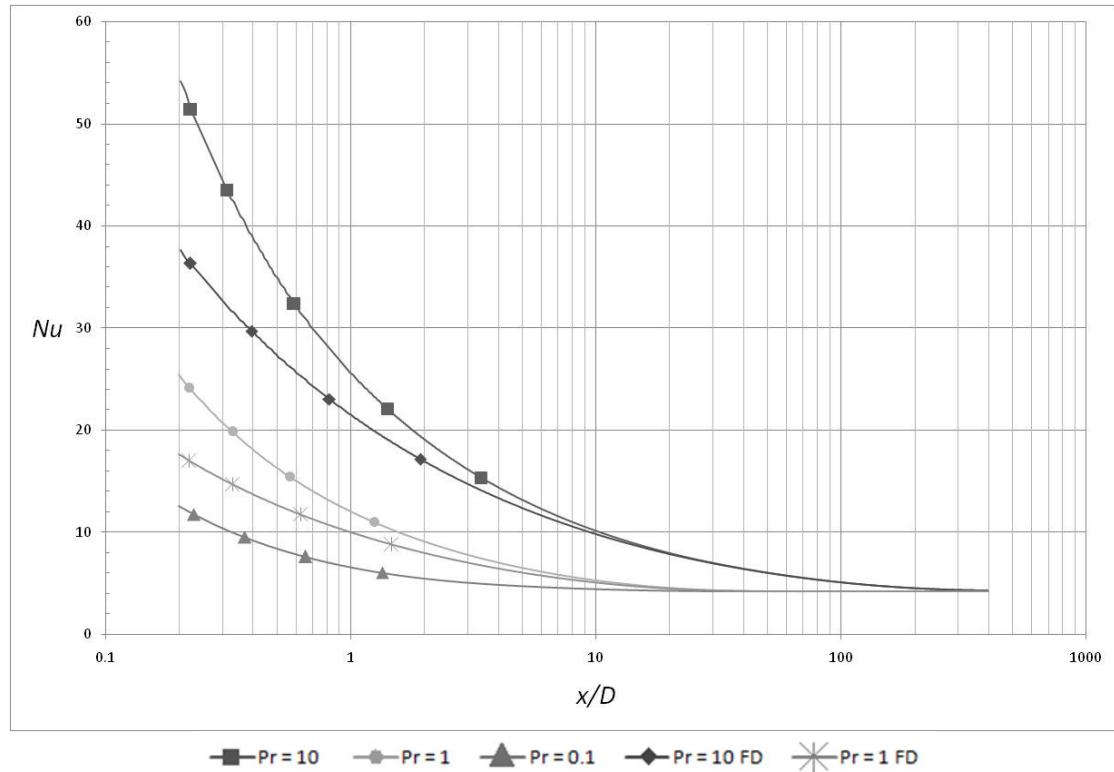


Figura 4. 11 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 500$ e $n = 1.5$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

Nos casos de estudo apresentados nas figura 4.9 para $n=0.4$; figura 4.10 para $n=1$ e figura 4.11 para $n=1.5$ é notório que os resultados obtidos seguem todos uma linha semelhante. As altas viscosidades apresentadas para o caso de $n=0.2$ aliadas a um Re elevado impossibilitam-nos um estudo preciso para este fluido. Os restantes estudos estão apresentados no anexo [B].

4.2.3 – Caso $Re=100$

Através dos gráficos apresentados nas figuras 4.12, 4.13, 4.14, 4.15 observa-se uma semelhança em termos de comportamento entre todos os casos.

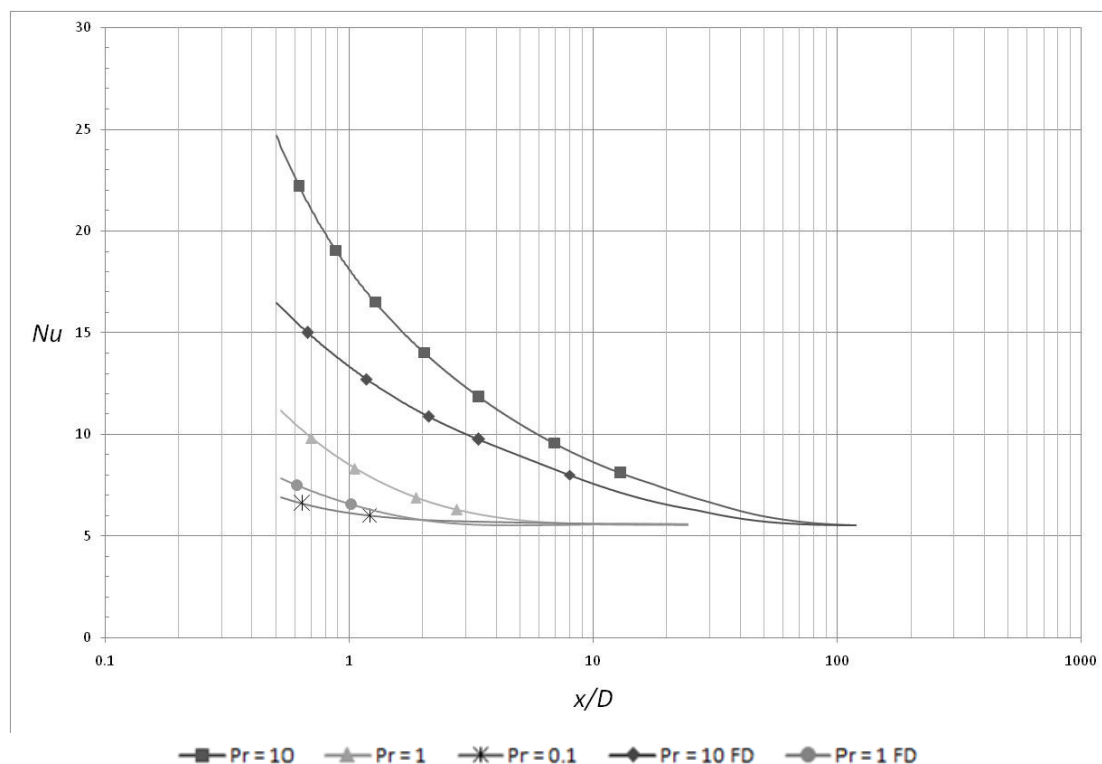


Figura 4. 12 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 0.2$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

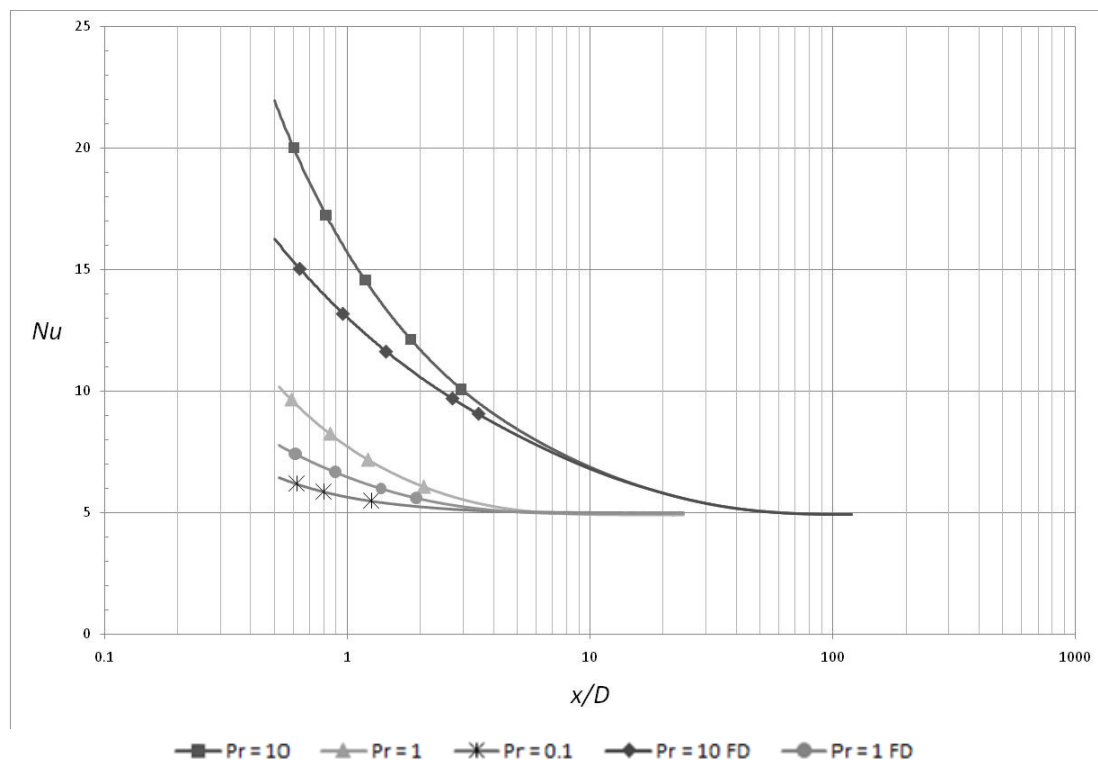


Figura 4. 13 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

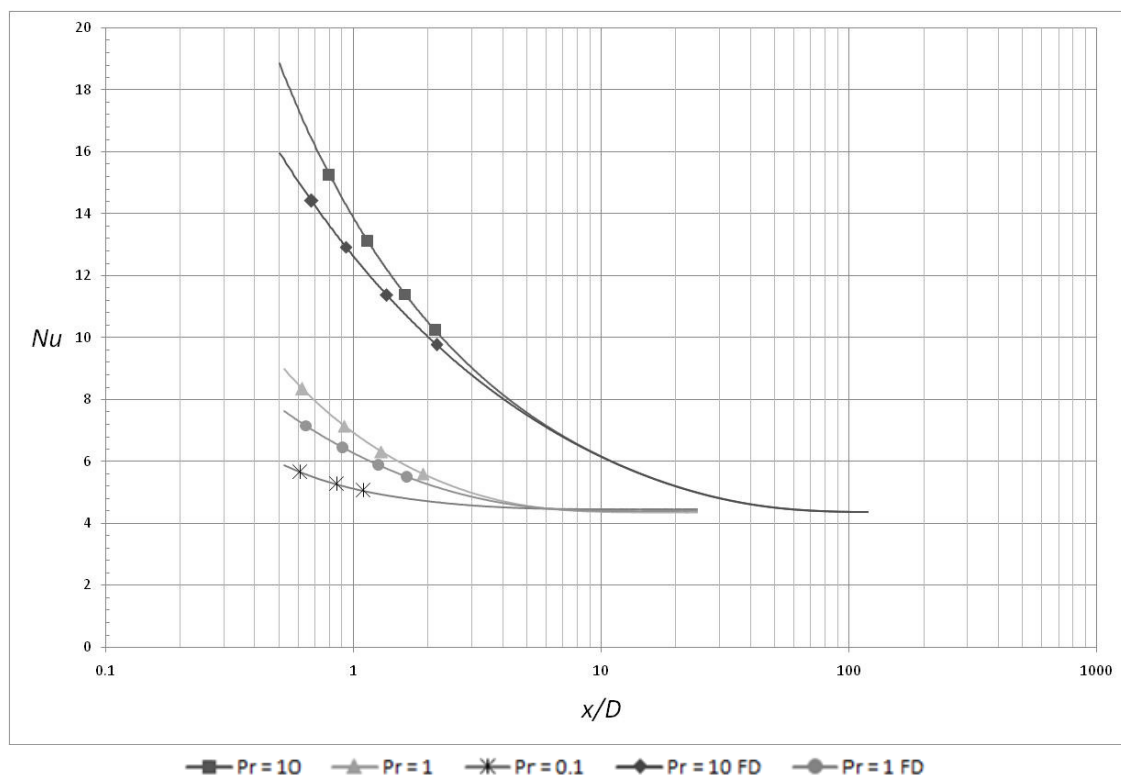


Figura 4. 14 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 1$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

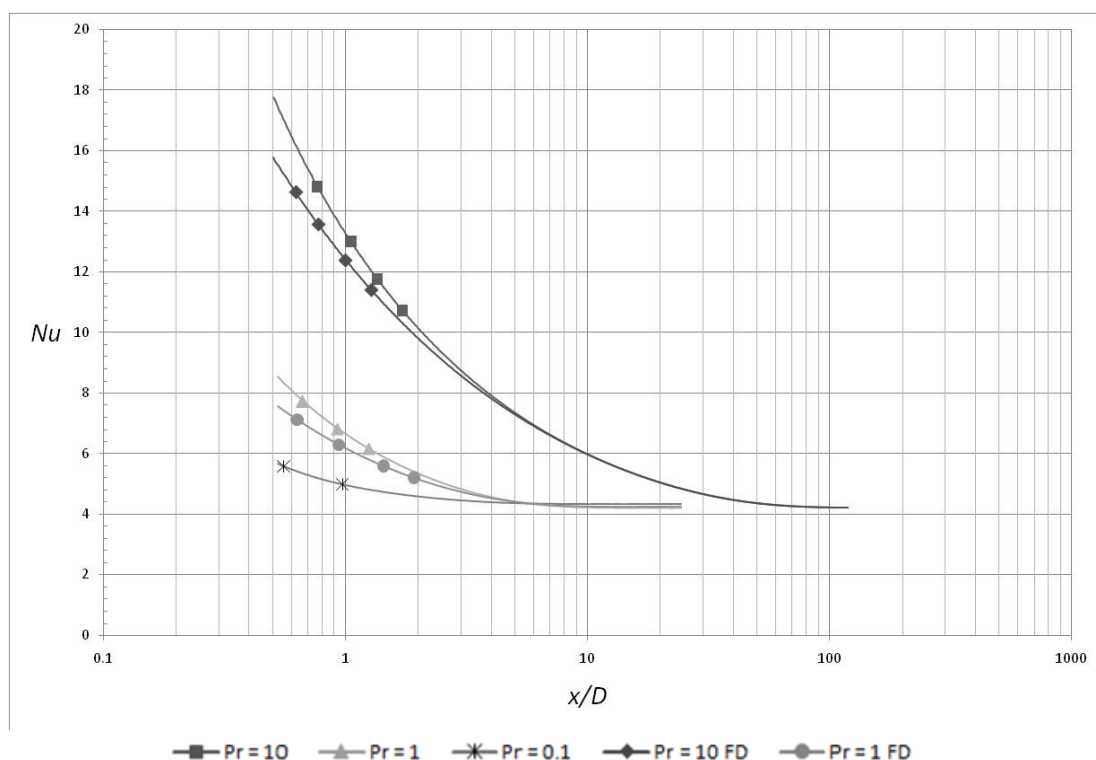


Figura 4. 15 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 1.5$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

Para $Pe=10$ para um perfil de velocidades à entrada completamente desenvolvido os valores de Nu registam uma anormalidade na sua progressão ao longo

da conduta. Neste estudo para os casos de Pe de 100 e 10 a simulação foi feita numa malha mais curta, respeitando todos os parâmetros descritos nos capítulos 2 e 3.

4.2.4 – Caso $Re=10$

Para este Reynolds só foi feito o estudo para dois valores de Prandtl, visto o Pe mínimo para estudo ser 10.

As figuras 4.16; 4.17; 4.28 e 4.19 representam a evolução de Nu ao longo da conduta para diferentes Pr para os índices de potência de 0.2; 0.4; 1; 1.5 respectivamente. Os restantes índices de potência estarão representados no anexo [B].

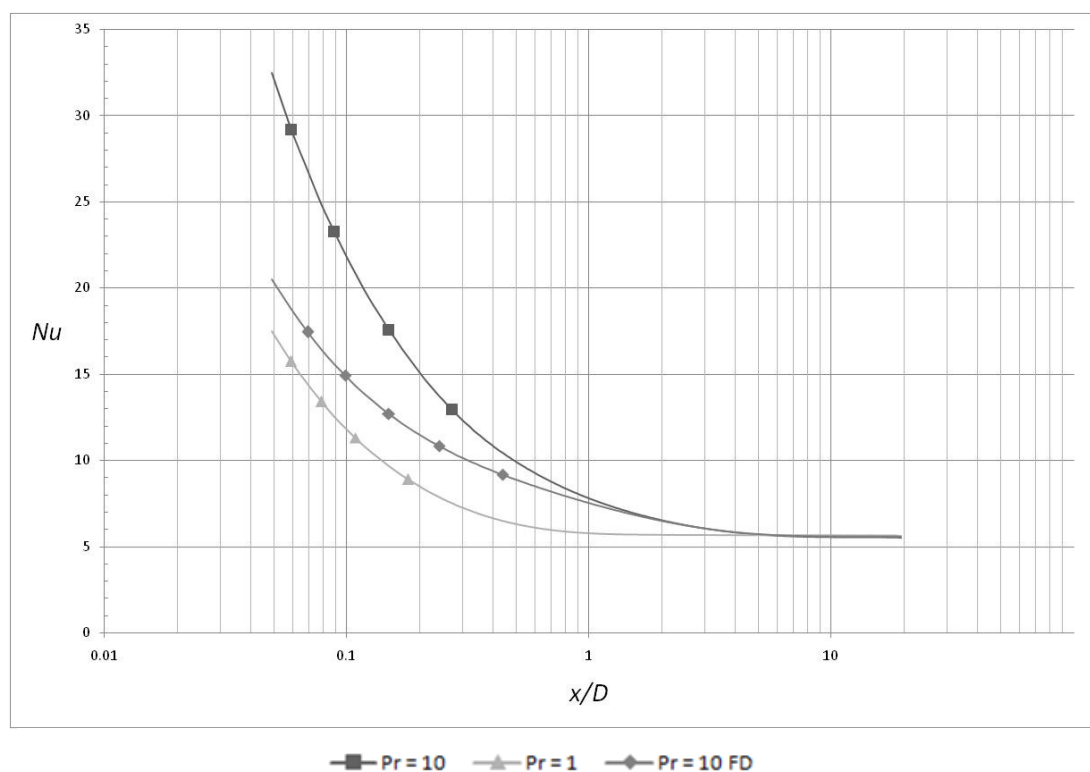


Figura 4. 16 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 0.2$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

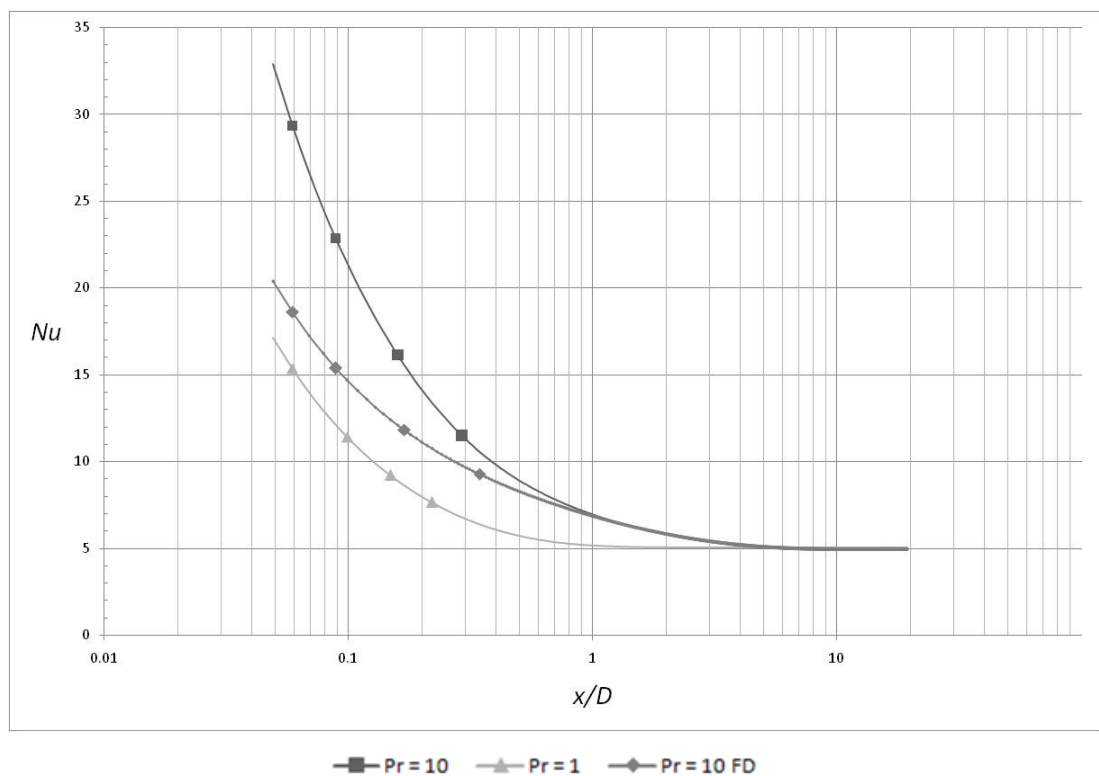


Figura 4. 17 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

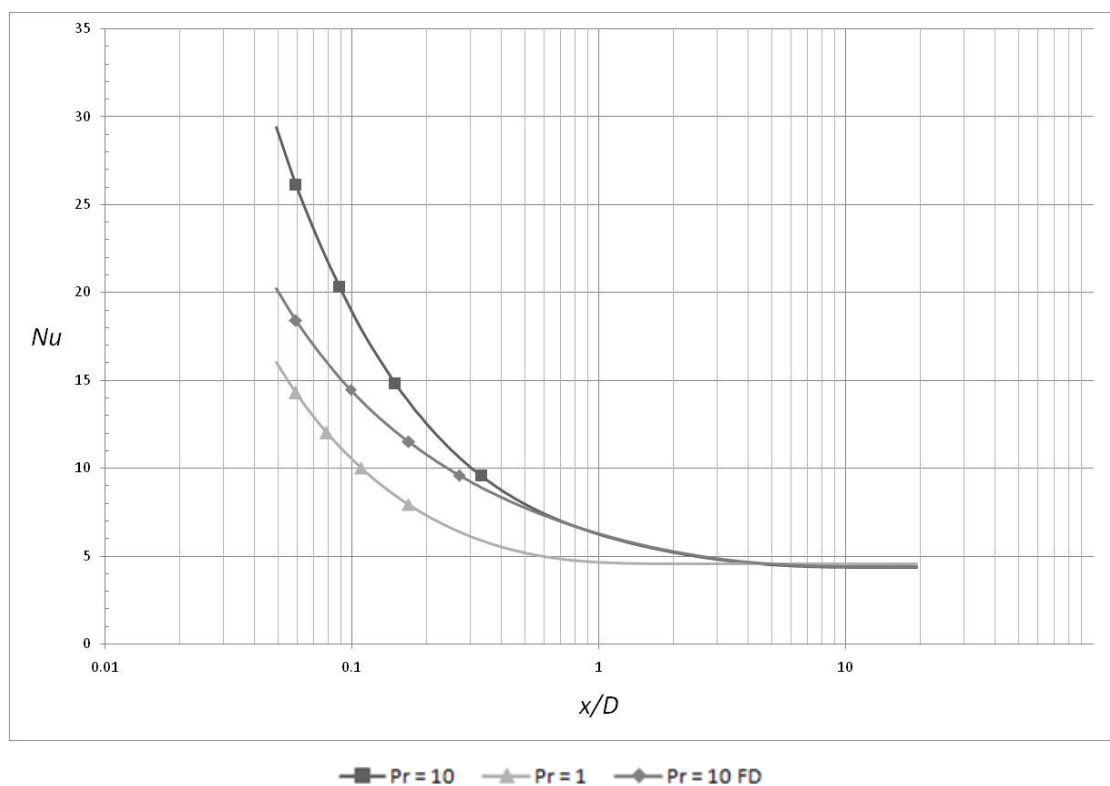


Figura 4. 18 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 1$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

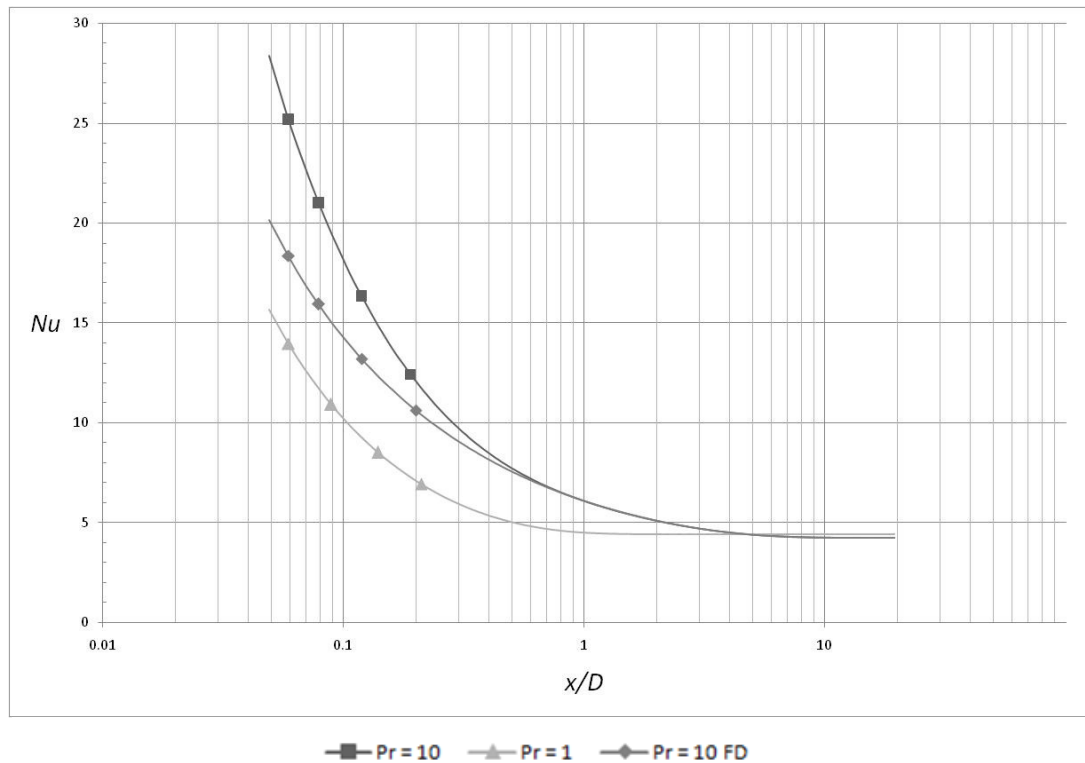


Figura 4. 19 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 1.5$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

4.2.5 – Caso $Re=1$

Para este estudo a evolução do Nu ao longo da conduta será para valores de Pr elevados. Como já foi dito anteriormente o estudo para números de Pe inferiores a 10 a simulação deste será impossibilitada, dessa forma só Pr superiores a 10 serão estudados.

As figuras 4.20, 4.21, 4.22 e 4.23 representam a evolução de Nu ao longo da conduta para índices de potência de 0.2, 0.4, 1 e 1.5 respectivamente. Os restantes estudos serão apresentados no anexo [B].

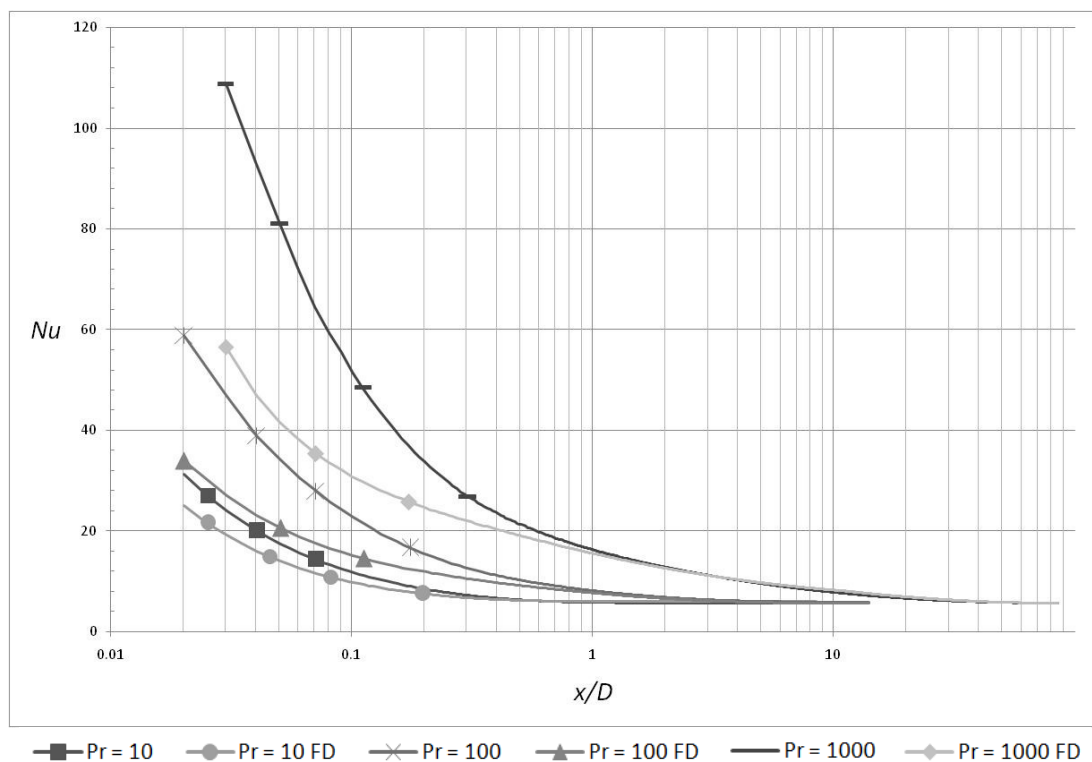


Figura 4. 20 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1$ e $n = 0.2$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

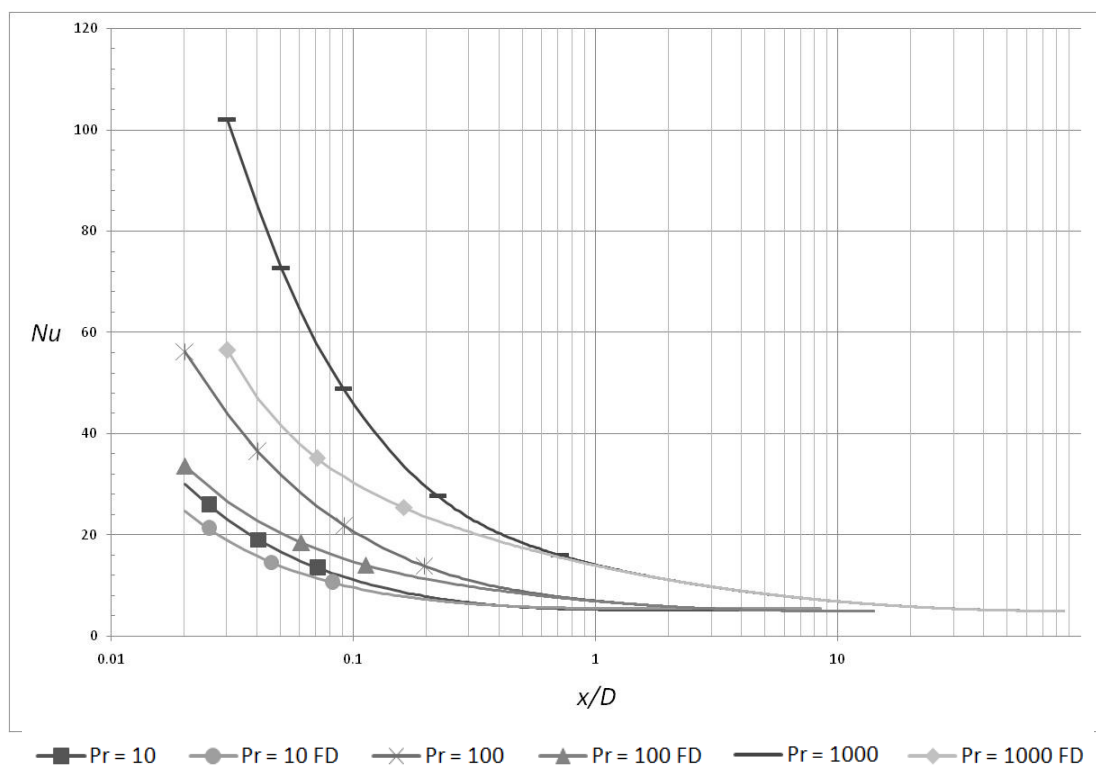


Figura 4. 21 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

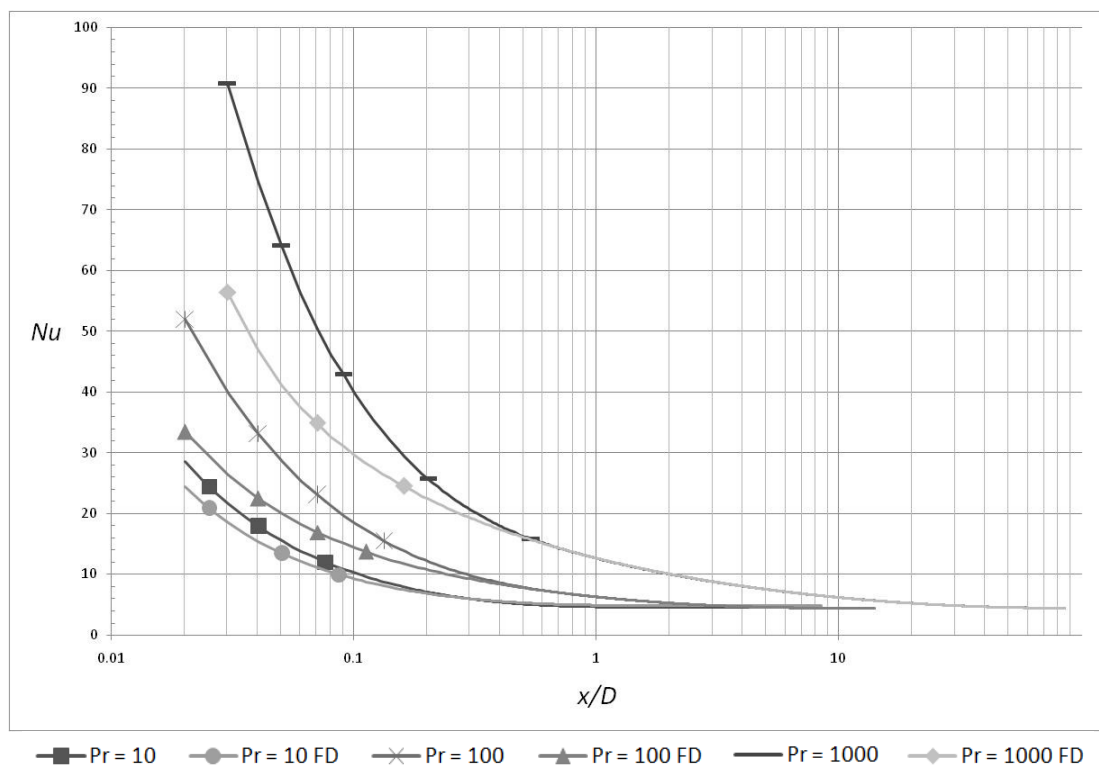


Figura 4. 22 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1$ e $n = 1$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

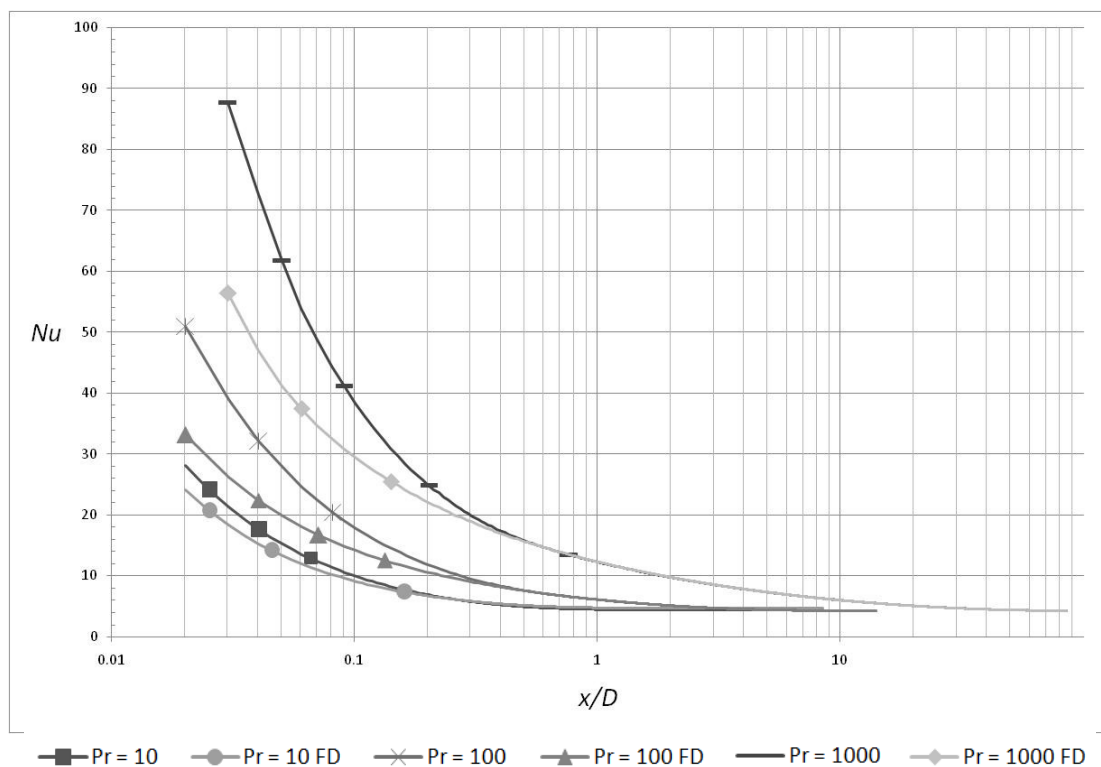


Figura 4. 23 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1.5$ e $n = 0.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

4.2.6 – Caso $Pr=10$, efeito do número de Reynolds

Foi feito também um estudo em que o número de Prandtl é mantido, estudando-se então a influência do número de Reynolds na evolução de Nusselt ao longo da conduta. Este estudo contará com os valores de Re estudados anteriormente e será representado nas figuras 4.24; 4.25; 4.26.

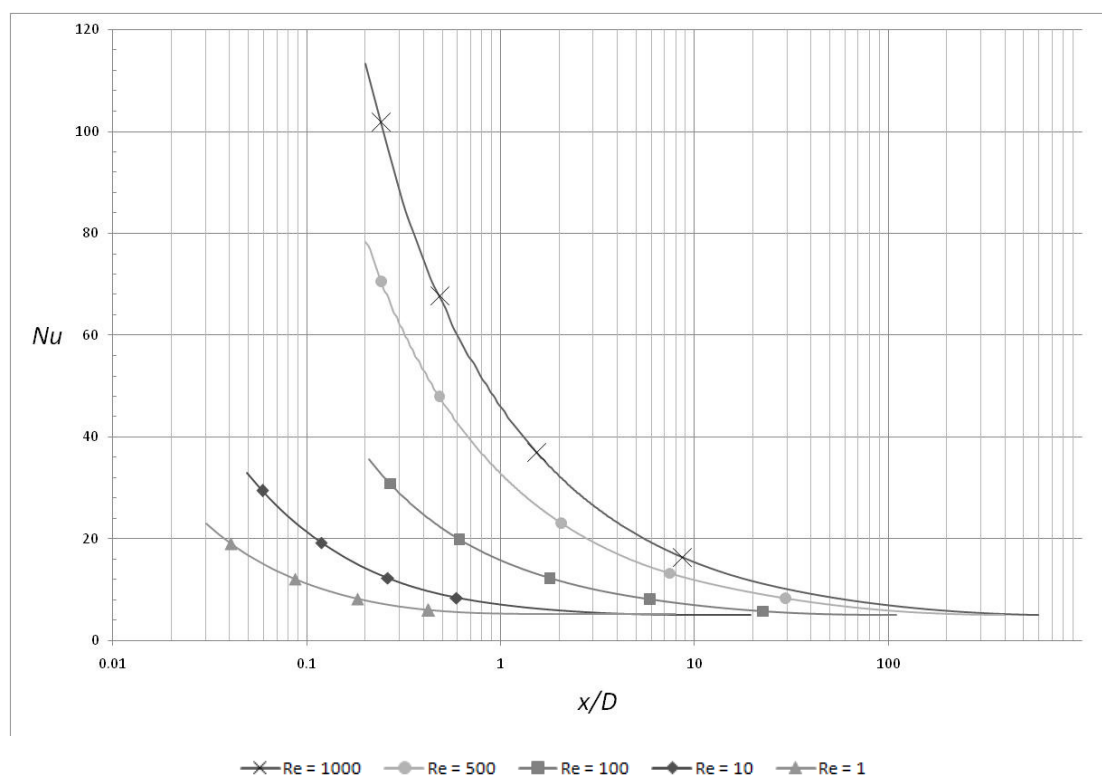


Figura 4. 24 – Evolução do Nu em função de x/D para $Pr=10$, $n = 0.4$ e para vários Re para o perfil de velocidade de entrada em desenvolvimento.

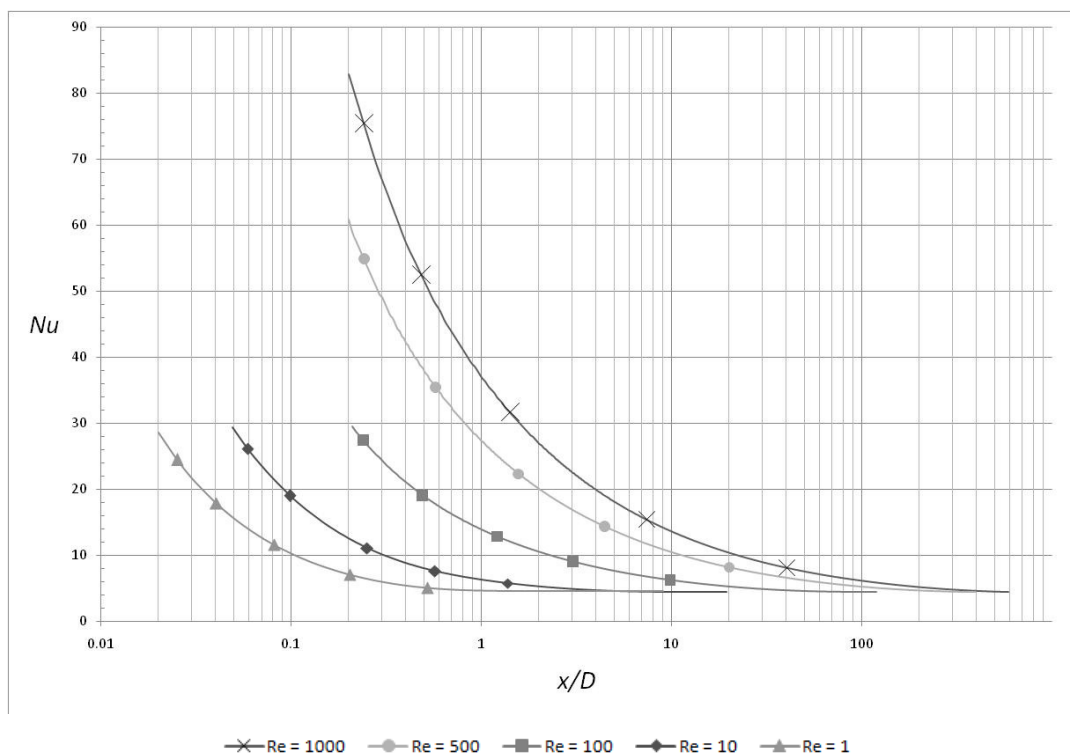


Figura 4. 25 – Evolução do Nu em função de x/D para $Pr=10$, $n = 1$ e para vários Re para o perfil de velocidade de entrada em desenvolvimento.

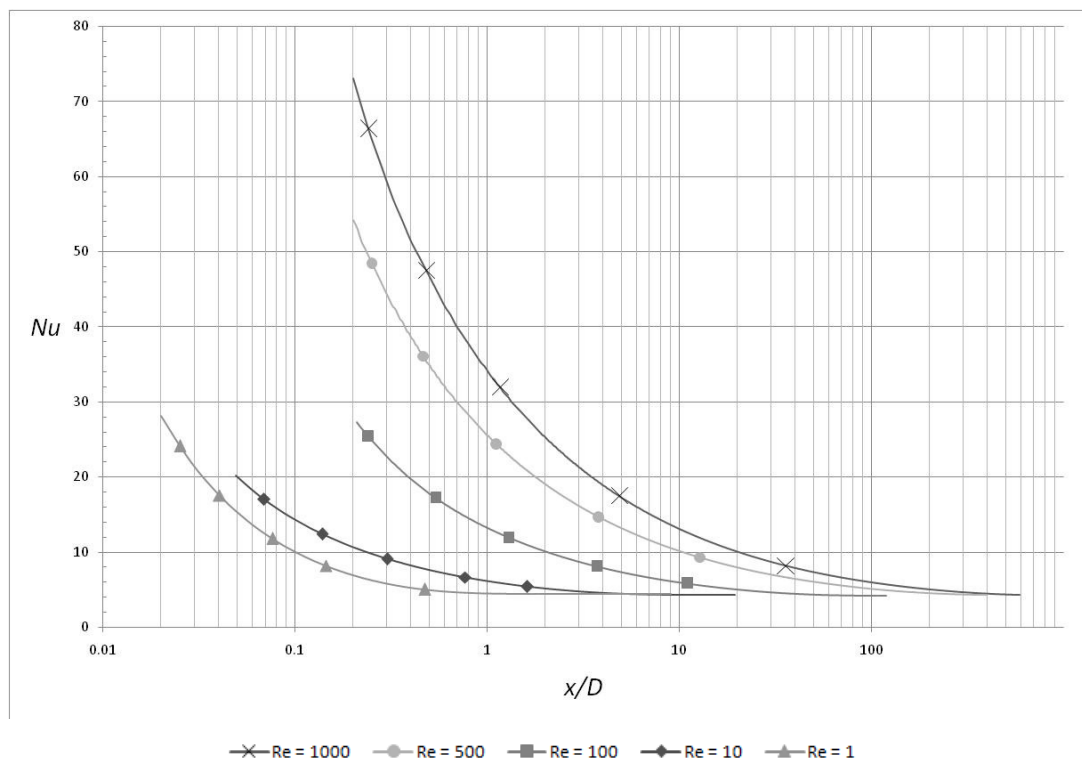


Figura 4. 26 – Evolução do Nu em função de x/D para $Pr=10$, $n = 1.5$ e para vários Re para o perfil de velocidade de entrada em desenvolvimento.

Através da análise às figuras conclui-se que quanto maior for o número de Reynolds maior será o Nu à entrada e o desenvolvimento do perfil de temperaturas abrangerá um comprimento maior.

4.2.7 – Caso $Re=10$ $Pr=10$, efeito do índice de potência, n

Nesta secção será estudado o efeito do índice de potência no estudo térmico para o caso de $Re=10$ e $Pr=10$. Este estudo térmico irá ser feito através da evolução do número de Nusselt ao longo da conduta.

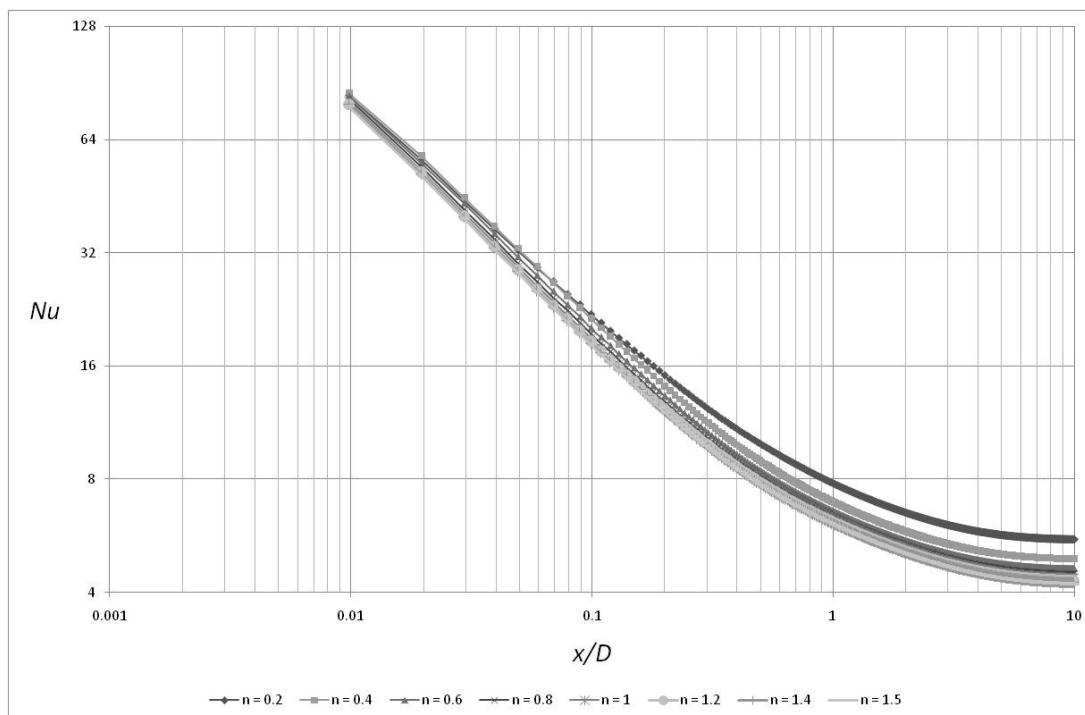


Figura 4. 27 – Evolução de Nu ao longo de x/D para $Re=10$ e $Pr=10$ para vários índices de potência n

Através da figura 4.27 podemos ver que o valor de Nusselt inicial é muito semelhante para os diversos índices de potência em estudo. Com o desenvolvimento térmico estes valores irão divergir de forma a chegarem ao valor teoricamente esperado quando o perfil de temperaturas se torna completamente desenvolvido, esse valor é caracterizado pela equação 1.28, essa equação só depende do índice de potência, dessa forma conclui-se que para qualquer número de Re ou Pr o valor de Nusselt quando o perfil se encontra completamente desenvolvido para um dado índice de potência será sempre o mesmo. Isto também se verifica através da equação 1.26, pois para a zona onde o perfil térmico se encontra completamente desenvolvido a equação da energia não depende de Péclet.

5 – Comprimento Térmico de entrada

Neste capítulo serão apresentados os comprimentos de desenvolvimento térmico para os vários casos de estudo. O comprimento de desenvolvimento térmico será definido pelo comprimento em que o valor de Nusselt obtido corresponde a 1.05 vezes o valor de Nusselt obtido no final conduta. Também será apresentado o comprimento térmico de entrada para o estudo onde o perfil de velocidades já se encontra desenvolvido. Serão também apresentados os valores teóricos obtidos através das equações 1.30.

5.1 – Caso $Re=1000$

As Tabelas 5.1; 5.2; 5.3; 5.4 apresentam o comprimento de desenvolvimento térmico necessário para $Re=1000$ e $Pr=10;1;0.1;0.01$ respectivamente.

Tabela 5. 1 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida ($(lt/D)_{FD}$) à entrada para $Re=1000$ e $Pr=10$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e $lt/l_{t_{FD}}$

Pr	n	lt/D	$(lt/D)_{FD}$	$(lh/D)_{literatura}$	$lt/l_{t_{FD}}$
10	0.4	355.5	357.8	56.7	0.99
	0.6	359.4	361.2	56.7	1.00
	0.8	363.0	364.2	56.7	1.00
	1	363.5	364.8	56.7	1.00
	1.2	366.8	369.2	56.7	0.99
	1.4	369.8	370.6	56.7	1.00
	1.5	366.4	367.7	56.7	1.00

Tabela 5. 2 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida ($(lt/D)_{FD}$) à entrada para $Re=1000$ e $Pr=1$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e $lt/l_{t_{FD}}$

Pr	n	lt/D	$(lt/D)_{FD}$	$(lh/D)_{literatura}$	$lt/l_{t_{FD}}$
1	0.4	53.6	32.6	56.7	1.64
	0.6	51.2	39.0	56.7	1.31
	0.8	49.8	41.5	56.7	1.20
	1	48.4	43.3	56.7	1.12
	1.2	49.1	44.7	56.7	1.10
	1.4	49.7	45.2	56.7	1.10
	1.5	47.6	45.4	56.7	1.05

Tabela 5. 3 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=1000$ e $Pr=0.1$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}

Pr	n	lt/D	$(lt/D)_{FD}$	$(lh/D)_{literatura}$	lt/lt_{FD}
0.1	0.4	21.7	2.23	56.7	9.74
	0.6	19.6	3.05	56.7	6.43
	0.8	20.0	3.40	56.7	5.89
	1	20.4	3.80	56.7	5.38
	1.2	20.2	3.60	56.7	5.60
	1.4	20.2	4.40	56.7	4.58
	1.5	20.0	5.20	56.7	3.85

Tabela 5. 4 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=1000$ e $Pr=0.01$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}

Pr	n	lt/D	$(lt/D)_{FD}$	$(lh/D)_{literatura}$	lt/lt_{FD}
0.01	0.4	18.5	0.363	56.7	51.08
	0.6	17.8	0.443	56.7	40.15
	0.8	19.3	0.564	56.7	34.26
	1	20.8	0.605	56.7	34.39
	1.2	18.7	0.807	56.7	23.23
	1.4	20.6	0.888	56.7	23.17
	1.5	19.5	1.050	56.7	18.55

Para $Re=1000$ e $Pr=10$ o perfil de temperaturas desenvolve-se muito lentamente, desta forma o desenvolvimento hidrodinâmico não será influente no comprimento de desenvolvimento térmico, por isso é que os valores obtidos para os perfis de velocidade já desenvolvido e em desenvolvimento à entrada serem semelhantes – tabela 5.1.

Para $Re=1000$ e $Pr=1$ o perfil de temperaturas, quando o perfil de velocidades já está desenvolvido à entrada, teoricamente necessita de um comprimento de desenvolvimento um pouco inferior ao do perfil de velocidades quando este tem que se desenvolver. Através da tabela 5.2 podemos ver que para um perfil hidrodinâmico já desenvolvido à entrada o perfil térmico necessita de um comprimento menor.

Para $Re=1000$ e $Pr=0.1$ e $Pr=0.01$ o perfil de temperaturas, com o perfil de velocidades já desenvolvido à entrada, desenvolve-se rapidamente em relação ao perfil de velocidades como se pode ver nas tabelas 5.3 e 5.4, para um perfil de velocidades já desenvolvido à entrada o comprimento térmico é muito curto, o mesmo não acontecendo para o perfil térmico com o perfil de velocidades em desenvolvimento, visto ser necessário que o perfil de velocidades se desenvolva primeiro.

Não foi apresentado o índice de potência $n=0.2$ para Pr baixos, existe uma oscilação de resultados para fluidos com grande viscosidade e a fraca resolução da malha não permite um estudo preciso.

5.2 – Caso $Re=500$

As tabelas 5.5; 5.6; 5.7 apresentam o comprimento de desenvolvimento térmico necessário para $Re=500$ e $Pr=10$, $Pr=1$ e $Pr=0.1$ respectivamente.

Tabela 5. 5 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=500$ e $Pr=10$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}

Pr	n	lt/D	$(lt/D)_{FD}$	$(lh/D)_{literatura}$	lt/lt_{FD}
10	0.4	196.4	194.4	28.4	1.01
	0.6	199.4	197.1	28.4	1.01
	0.8	199.2	200.4	28.4	0.99
	1	202.4	202.8	28.4	1.00
	1.2	205.5	204.2	28.4	1.01
	1.4	205.7	205.2	28.4	1.00
	1.5	206.3	205.5	28.4	1.00

Tabela 5. 6 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=500$ e $Pr=1$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}

Pr	n	lt/D	$(lt/D)_{FD}$	$(lh/D)_{literatura}$	lt/lt_{FD}
1	0.4	29.3	15.8	28.4	1.85
	0.6	24.1	19.1	28.4	1.27
	0.8	24.0	21.3	28.4	1.13
	1	24.4	22.1	28.4	1.10
	1.2	24.6	22.8	28.4	1.08
	1.4	24.7	22.8	28.4	1.08
	1.5	24.9	23.2	28.4	1.07

Tabela 5. 7 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) à entrada para $Re=500$ e $Pr=0.1$, juntamente com $(lh/D)_{teórico}$

Pr	n	lt/D	$(lh/D)_{literatura}$
0.1	0.4	19.2	28.4
	0.6	10.0	28.4
	0.8	10.2	28.4
	1	10.2	28.4
	1.2	10.4	28.4
	1.4	10.3	28.4
	1.5	10.2	28.4

Para o caso de $Pr=10$ o desenvolvimento térmico dá-se muito lentamente, desenvolvendo-se muito depois do perfil hidrodinâmico já se ter desenvolvido. Conclui-se então através da tabela 5.5 que o desenvolvimento térmico termina aproximadamente no mesmo comprimento de conduta para os dois casos, isto é, o caso onde o perfil de velocidades se tem que desenvolver e o caso onde o perfil de velocidades já se encontra desenvolvido. Para $Pr=1$ o desenvolvimento térmico, com o perfil de velocidades já desenvolvido à entrada, é um pouco mais rápido do que o desenvolvimento hidrodinâmico, podemos ver que quando é necessário um desenvolvimento hidrodinâmico maior o perfil térmico demora mais tempo a ficar desenvolvido. No

último caso, para $Pr=0.1$ o desenvolvimento térmico e hidrodinâmico é bastante rápido, mas o seu estudo com um perfil de velocidades já desenvolvido à entrada não foi feito devido a incongruência de resultados.

Os resultados obtidos para $n=0.2$ afastam-se daquilo que seria aceitável como se pode ver na tabela 3.15.

5.3 – Caso $Re=100$

As tabelas 5.8; 5.9; 5.10 apresentam o comprimento de desenvolvimento térmico necessário para $Re=100$ e $Pr=10;1;0.1$ respectivamente.

Tabela 5. 8 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida ($(lt/D)_{FD}$) à entrada para $Re=100$ e $Pr=10$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt / lt_{FD}

Pr	n	lt/D	$(lt/D)_{FD}$	$(lh/D)_{literatura}$	lt / lt_{FD}
10	0.4	40.9	40.0	5.82	1.02
	0.6	41.7	40.9	5.80	1.02
	0.8	42.5	42.1	5.78	1.01
	1	43.2	42.3	5.77	1.02
	1.2	43.5	42.9	5.76	1.01
	1.4	44.0	43.4	5.76	1.01
	1.5	43.9	43.5	5.76	1.01

Tabela 5. 9 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida ($(lt/D)_{FD}$) à entrada para $Re=100$ e $Pr=1$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt / lt_{FD}

Pr	n	lt/D	$(lt/D)_{FD}$	$(lh/D)_{literatura}$	lt / lt_{FD}
1	0.4	4.64	3.15	5.82	1.47
	0.6	4.76	3.76	5.80	1.27
	0.8	4.88	4.09	5.78	1.19
	1	4.96	4.26	5.77	1.16
	1.2	5.01	4.36	5.76	1.15
	1.4	5.07	4.41	5.76	1.15
	1.5	5.05	4.41	5.76	1.14

Tabela 5. 10 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) à entrada para $Re=100$ e $Pr=0.1$, juntamente com $(lh/D)_{teórico}$

Pr	n	lt/D	$(lh/D)_{literatura}$
0.1	0.4	1.98	5.82
	0.6	2.11	5.80
	0.8	2.17	5.78
	1	2.17	5.77
	1.2	2.17	5.76
	1.4	2.15	5.76
	1.5	2.17	5.76

Para o caso de $Pr=10$ o desenvolvimento térmico dá-se mais lentamente que o desenvolvimento do perfil hidrodinâmico. Desta forma e com os resultados obtidos descritos na tabela 5.8 conclui-se que o desenvolvimento térmico dá-se de uma forma semelhante para os dois casos em estudo. Para $Pr=1$ o desenvolvimento térmico, quando o perfil de velocidades se encontra já desenvolvido à entrada, é um pouco mais rápido do que o desenvolvimento hidrodinâmico, podemos ver que quando é necessário um desenvolvimento hidrodinâmico maior o perfil térmico demora mais tempo a ficar desenvolvido. No último caso, para $Pr=0.1$ o desenvolvimento térmico e hidrodinâmico é bastante rápido, mas o seu estudo com um perfil de velocidades já desenvolvido à entrada não foi feito devido a incongruência de resultados, como é possível ver-se nas figuras 4.15 e 4.16.

5.4 – Caso $Re=10$

As tabelas 5.11; 5.12 apresentam o comprimento de desenvolvimento térmico necessário para $Re=10$ e $Pr=10$;1 respectivamente.

Tabela 5. 11 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=10$ e $Pr=10$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}

Pr	n	lt/D	$(lt/D)_{FD}$	$(lh/D)_{literatura}$	lt/lt_{FD}
10	0.2	4.27	4.04	1.15	1.06
	0.4	4.15	3.99	1.06	1.04
	0.6	4.26	4.09	0.991	1.04
	0.8	4.33	4.18	0.938	1.03
	1	4.37	4.31	0.901	1.01
	1.2	4.46	4.37	0.880	1.02
	1.4	4.48	4.35	0.875	1.03
	1.5	4.48	4.38	0.878	1.02

Tabela 5. 12 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=10$ e $Pr=1$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}

Pr	n	lt/D	$(lt/D)_{FD}$	$(lh/D)_{literatura}$	lt/lt_{FD}
1	0.2	0.781	0.272	1.15	2.87
	0.4	0.758	0.355	1.06	2.13
	0.6	0.736	0.418	0.991	1.76
	0.8	0.736	0.450	0.938	1.63
	1	0.747	0.472	0.901	1.58
	1.2	0.736	0.483	0.880	1.52
	1.4	0.736	0.493	0.875	1.49
	1.5	0.736	0.493	0.878	1.49

Neste estudo o desenvolvimento hidrodinâmico é muito rápido, podemos ver que para o caso de $Pr=10$ o desenvolvimento hidrodinâmico não tem grande influência no comprimento necessário para o perfil térmico se desenvolver. Para o caso de $Pr=1$ isso já não acontece, o perfil de velocidades restringe o comprimento do desenvolvimento térmico.

5.5 – Caso $Re=1$

Neste caso será só apresentado o estudo para $Pr=10$ – Tabela 5.13.

Tabela 5. 13 – Comprimento de desenvolvimento térmico para perfis de velocidade em desenvolvimento (lt/D) e velocidade já desenvolvida $(lt/D)_{FD}$ à entrada para $Re=1$ e $Pr=10$, juntamente com $(lh/D)_{literatura}$ e lt/lt_{FD}

Pr	n	lt/D	$(lt/D)_{FD}$	$(lh/D)_{literatura}$	lt/lt_{FD}
10	0.2	0.753	0.401	0.912	1.88
	0.4	0.708	0.514	0.807	1.38
	0.6	0.708	0.587	0.721	1.20
	0.8	0.701	0.619	0.656	1.13
	1	0.700	0.631	0.610	1.11
	1.2	0.695	0.637	0.583	1.09
	1.4	0.701	0.644	0.576	1.09
	1.5	0.695	0.644	0.580	1.08

A partir da tabela 5.13, é notório que o perfil térmico, quando tem o perfil de velocidades já desenvolvido à entrada, se desenvolve num espaço curto. O mesmo não acontece para o caso em que o perfil de velocidades se tem que desenvolver em primeiro lugar, fazendo com que o perfil térmico demore mais tempo a se tornar plenamente desenvolvido.

5.6 – Caso $Pr=10$

Nesta secção será ilustrada uma figura (5.1) na qual se estudará o comprimento de entrada térmico em função do Reynolds e em função do índice de potência.

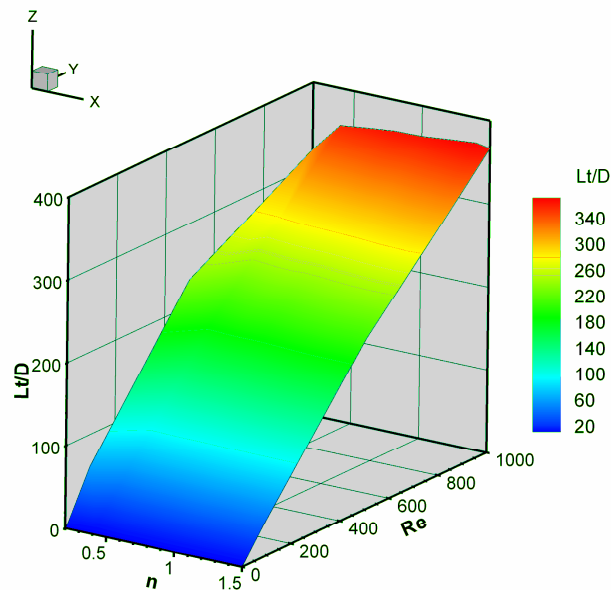


Figura 5. 1 – Variação do comprimento de entrada térmico em função de Reynolds e do índice de potência

Conclui-se que o índice de potência não terá grande significado nos resultados obtidos, sendo bastante dependente do Reynolds. Quanto maior for este número, maior será o comprimento de entrada térmico.

5.7 – Conclusões

O efeito do número de Prandtl é bastante significativo no desenvolvimento do perfil térmico. Quanto maior for este número, mais lentamente se desenvolve o perfil térmico, daí ser necessário um maior comprimento de conduta. O número de Reynolds também é um factor importante no desenvolvimento hidrodinâmico e térmico: quanto maior for Re , para o mesmo Pr , maior será o valor de Nu à entrada, e consequentemente, maior será o comprimento necessário para que os perfis térmicos e hidrodinâmicos se tornem completamente desenvolvidos. Aliando estas duas conclusões podemos dizer que para números de Pe elevados teremos que ter grandes comprimentos de conduta, de forma que se possa atingir um desenvolvimento completo dos perfis de temperatura. De salientar que o efeito da viscosidade, isto é, de fluidos com índices de potência diferentes não altera de forma determinante o comprimento necessário de conduta. Será importante de referenciar que para Reynolds altos quanto menor for o número de Prandtl maior será o rácio entre o comprimento de entrada térmico com os perfis em desenvolvimento simultâneo e o comprimento de entrada térmico com o perfil de velocidades já completamente desenvolvido.

Neste capítulo também se pode ver de forma efectiva que para Pe altos, o perfil de velocidades não terá relevância se já se encontra desenvolvido ou em desenvolvimento, visto ser o desenvolvimento térmico a ditar de forma notória o comprimento de entrada.

6 – Conclusões e perspectivas de trabalho futuro

6.1 - Conclusões

O desenvolvimento simultâneo dos perfis de velocidade e temperatura acarreta um aumento significativo do Nusselt local, da ordem dos 30%, na região de entrada. Este facto é importante em fluidos de elevado Pr , onde o comprimento de entrada pode atingir 370 diâmetros, ou seja, toda a totalidade do tubo. Desta forma, no caso de um permutador de calor este irá sofrer um aumento significativo do coeficiente de convecção. Porém, este facto nem sempre é contabilizado nos cálculos, em virtude da ausência de correlações.

O desenvolvimento simultâneo dos perfis de velocidade e temperatura acarreta um aumento do L_t com a redução do Pr , relativamente ao caso do perfil de velocidades completamente desenvolvido. Este aumento do L_t pode chegar a ser 50 vezes superior. Com o perfil de velocidades já desenvolvido, a diminuição de Pr reduz o comprimento de entrada térmico para valores inferiores ao do comprimento de entrada hidrodinâmico obtido teoricamente através da equação (1.28).

O nível de refinamento toma uma grande importância para este estudo, visto este proporcionar uma melhor precisão. Foi constatado que grandes refinamentos neste estudo não compensariam devido ao seu tempo maior de simulação, desta forma foi escolhido uma malha que combinasse o factor precisão e tempo de simulação. A influência dos resíduos de iteração também é tomada em conta, sendo escolhido o resíduo a partir do qual os valores tomariam valores precisos. Os intervalos de viscosidade são determinantes na obtenção de bons resultados, estes intervalos variam consoante o índice de potência; foi também verificada a necessidade de implementar intervalos maiores para Reynolds superiores e para níveis de variação da viscosidade com taxa de deformação superiores, isto é, índices de potência afastados da unidade.

O estudo numérico ficou limitado a baixos números de Reynolds no regime laminar, isso diminuiu bastante o alcance de estudo pretendido, apesar disso já foi possível estabelecer uma linha de raciocínio sobre a influência de Reynolds e de Prandtl num escoamento laminar numa conduta circular. O processo de cálculo de Nusselt também se demonstrou ineficaz para casos onde existia uma forte condução de calor na direcção axial.

O número de Reynolds e de Prandtl tem um grande impacto no desenvolvimento do perfil térmico. A implementação de fluidos não-newtonianos que obedecem à lei de potência não terá uma participação vincada no dimensionamento da conduta.

Este trabalho teve grande importância na aprendizagem e utilização do software Fluent e Gambit, apesar de limitações inesperadas este ensinou-me a ver de uma forma mais pormenorizada a influência dos parâmetros estudados num escoamento laminar. Este trabalho também me fez compreender ainda mais a importância que os números adimensionais têm na engenharia.

6.2 – Perspectivas de trabalhos futuros

Na sequência deste estudo seria importante ajustar funções aos valores obtidos para facilmente se poder calcular o Nusselt local e o Nusselt médio, este último terá grande importância nos cálculos de transferência de calor.

A análise da transferência de calor em tubos não circulares com desenvolvimento simultâneo dos perfis térmicos e hidrodinâmicos em regime laminar. Este estudo seria importante pois poderia aumentar o leque de conhecimento dentro desta área.

Referências:

- [1] Irvine, T. F. and Karni J. 1987. Non-Newtonian fluid flow and heat transfer. Handbook of single phase heat transfer chap. 20 (Kakac S., Shah, R. H. and Aung, W.) John Wiley & sons New York
- [2] Barletta, A. 1997. Fully developed laminar forced convection in circular ducts for power-law fluids with viscous dissipation. *Int. J. Heat Mass Transfer* 40, 15–26.
- [3] Hartnett, J. P. and Cho, Y. I. (1998). Non-Newtonian fluids. Handbook of heat transfer chap. 10, (3rd ed. W. Rohsenow, J. Hartnett and Y. Cho), 10.1–10.53. New York: McGraw-Hill.
- [4] Coelho, P. M., Pinho, F. T. And Oliveira, P. J. (2003). Thermal entry flow for a viscoelastic fluid: the Graetz problem for the PTT model. *Int. J. Heat Mass Transfer* 46, 3865–3880.
- [5] Matthys, E. F. (2005). Heat transfer to Non-Newtonian fluids. The engineering handbook chap. 56, (2nd ed.): CRC Press.
- [6] Poole, R. J. and Ridley, B. S. 2007. Development-length requirements for fully developed laminar pipe flow of Inelastic non-Newtonian liquids. *Journal of Fluids Engineering ASME* 129, 1281-1287.
- [7] Coelho, P. M. and Pinho, F. T. (2009). UNESCO-EOLSS Encyclopedia on Rheology, Chapter 17, NON-NEWTONIAN HEAT TRANSFER. Em impressão
- [8] Metzner A. B. (1965). Heat transfer in non-Newtonian fluids. *Adv. Heat Transfer* 2, 357
- [9] Skelland A. H. P. (1967). Non-Newtonian Flow and Heat Transfer. Wiley, New York.
- [10] Oliveira, P. J. S. P. (2000). Soluções Analíticas em Mecânica de Fluidos, lição síntese para provas de agregação, Universidade da Beira Interior
- [11] Coelho, P. M. and Pinho, F. T.(2008). A generalized Brinkman number for non-Newtonian duct flows. *Journal of Fluids Engineering* 156 (2009) 202–206
- [12] Coelho, P. M. and Pinho, F. T.(2006). Fully-developed Heat Transfer in Annuli with Viscous Dissipation. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 3349-3359
- [13] FLUENT 6.3 Documentation (2006). Viscosity for Non-Newtonian Fluids 8.4.5, Fluent Inc. 2006-10-12

Anexo A – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3

Tabela A1. 1 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.6$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	41.5305	41.5304	41.5462	0.038	0.038
200.0	5.4939	5.4939	5.4946	0.012	0.012
400.0	4.8829	4.8829	4.8835	0.013	0.013
550.0	4.7358	4.7358	4.7365	0.016	0.016

Tabela A1. 2 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=0.8$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	38.9145	38.9144	38.9283	0.035	0.036
200.0	5.3166	5.3166	5.3173	0.012	0.012
400.0	4.7197	4.7197	4.7203	0.012	0.012
550.0	4.5736	4.5736	4.5743	0.015	0.015

Tabela A1. 3 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.2$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	35.5551	35.5550	35.5666	0.032	0.033
200.0	5.1184	5.1184	5.1190	0.011	0.011
400.0	4.5418	4.5418	4.5424	0.012	0.012
550.0	4.3986	4.3986	4.3993	0.015	0.015

Tabela A1. 4 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1000$ $Pr=10$ $n=1.4$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	34.5606	34.5604	34.5715	0.032	0.032
200.0	5.0608	5.0608	5.0613	0.011	0.011
400.0	4.4882	4.4882	4.4888	0.012	0.012
550.0	4.3483	4.3483	4.3489	0.015	0.015

Tabela A1. 5 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.6$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	30.1283	30.1282	30.1307	0.008	0.008
100.0	5.5004	5.5004	5.5002	0.005	0.005
200.0	4.8779	4.8779	4.8777	0.005	0.005
350.0	4.6711	4.6711	4.6706	0.010	0.010

Tabela A1. 6 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=0.8$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	28.3972	28.3971	28.3994	0.008	0.008
100.0	5.3056	5.3056	5.3053	0.005	0.005
200.0	4.7195	4.7195	4.7193	0.005	0.005
350.0	4.5132	4.5132	4.5129	0.007	0.007

Tabela A1. 7 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.2$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	26.4235	26.4234	26.4254	0.007	0.007
100.0	5.1188	5.1187	5.1185	0.005	0.005
200.0	4.5417	4.5417	4.5415	0.005	0.005
350.0	4.3351	4.3351	4.3348	0.007	0.006

Tabela A1. 8 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=500$ $Pr=10$ $n=1.4$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	25.8703	25.8702	25.8721	0.007	0.007
100.0	5.0663	5.0663	5.0661	0.005	0.004
200.0	4.4922	4.4922	4.4920	0.005	0.005
350.0	4.2825	4.2825	4.2821	0.009	0.009

Tabela A1. 9 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=0.6$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	14.7446	14.7438	14.7502	0.038	0.043
40.0	4.8789	4.8788	4.8800	0.022	0.024
80.0	4.6492	4.6491	4.6508	0.034	0.036
115.0	4.6260	4.6259	4.6239	0.045	0.044

Tabela A1. 10 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=0.8$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	14.2350	14.2342	14.2402	0.036	0.042
40.0	4.7160	4.7159	4.7170	0.022	0.023
80.0	4.4887	4.4886	4.4902	0.033	0.035
115.0	4.4631	4.4630	4.4611	0.044	0.042

Tabela A1. 11 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=1.2$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	13.5705	13.5697	13.5752	0.035	0.041
40.0	4.5426	4.5425	4.5436	0.021	0.023
80.0	4.3125	4.3124	4.3139	0.032	0.034
115.0	4.2851	4.2850	4.2833	0.042	0.040

Tabela A1. 12 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=100$ $Pr=10$ $n=1.4$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	13.3506	13.3497	13.3551	0.034	0.041
40.0	4.4890	4.4889	4.4899	0.020	0.023
80.0	4.2604	4.2603	4.2618	0.032	0.034
115.0	4.2301	4.2300	4.2283	0.041	0.039

Tabela A1. 13 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.6$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	6.5874	6.5690	6.5987	0.172	0.450
4.0	4.8835	4.8734	4.8894	0.122	0.329
10.0	4.6345	4.6254	4.6446	0.216	0.412
18.0	4.6213	4.6122	4.6380	0.361	0.556

Tabela A1. 14 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=0.8$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	6.3749	6.3569	6.3852	0.161	0.443
4.0	4.7247	4.7148	4.7299	0.109	0.319
10.0	4.4710	4.4621	4.4800	0.200	0.399
18.0	4.4627	4.4539	4.4779	0.339	0.537

Tabela A1. 15 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.2$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	6.1527	6.1349	6.1616	0.144	0.434
4.0	4.5507	4.5410	4.5550	0.094	0.309
10.0	4.2961	4.2874	4.3038	0.179	0.381
18.0	4.2847	4.2761	4.2982	0.313	0.514

Tabela A1. 16 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=10$ $Pr=10$ $n=1.4$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
1.0	6.0771	6.0593	6.0857	0.142	0.434
4.0	4.4969	4.4872	4.5010	0.091	0.307
10.0	4.2408	4.2322	4.2482	0.174	0.377
18.0	4.2297	4.2211	4.2427	0.306	0.509

Tabela A1. 17 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.6$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
0.10	10.5320	7.4771	10.9835	4.110	31.924
0.40	5.6986	4.6669	5.5847	2.040	16.434
1.00	4.8982	4.1161	4.7359	3.426	13.089
4.01	4.8215	4.0618	4.6827	2.964	13.260

Tabela A1. 18 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=0.8$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
0.10	10.2694	7.2937	10.7258	4.255	31.998
0.40	5.5204	4.5275	5.3998	2.234	16.154
1.00	4.7385	3.9878	4.5670	3.756	12.681
4.01	4.6667	3.9369	4.5175	3.304	12.853

Tabela A1. 19 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.2$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
0.10	9.9993	7.0989	10.4631	4.433	32.152
0.40	5.3241	4.3729	5.1971	2.444	15.859
1.00	4.5635	3.8463	4.3825	4.131	12.234
4.01	4.4969	3.7989	4.3368	3.693	12.402

Tabela A1. 20 – Valores de Nusselt locais e o seu erro relativamente a Nu_3 para $Re=1$ $Pr=10$ $n=1.4$

x/D	Nu_1	Nu_2	Nu_3	Erro ₁₋₃ (%)	Erro ₂₋₃ (%)
0.10	9.9190	7.0405	10.3866	4.501	32.216
0.40	5.2674	4.3278	5.1385	2.509	15.778
1.00	4.5135	3.8055	4.3297	4.245	12.107
4.01	4.4443	3.7562	4.2812	3.811	12.262

Anexo B - Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr

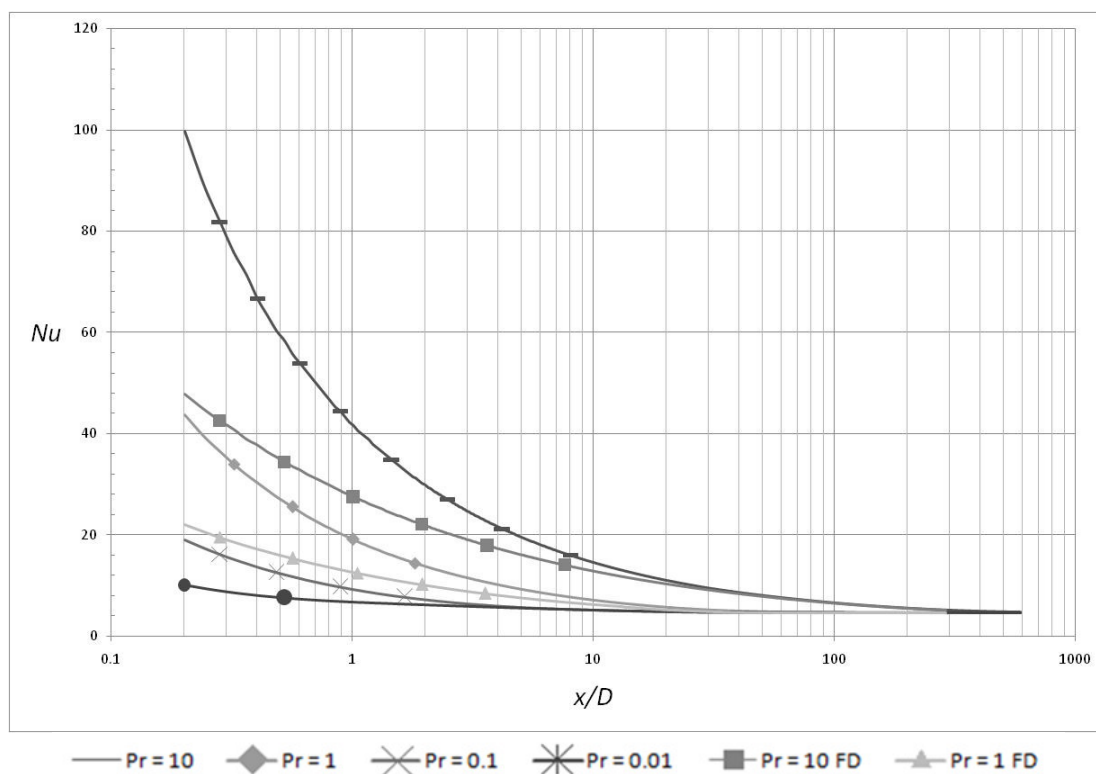


Figura B2. 1 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1000$ e $n = 0.6$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

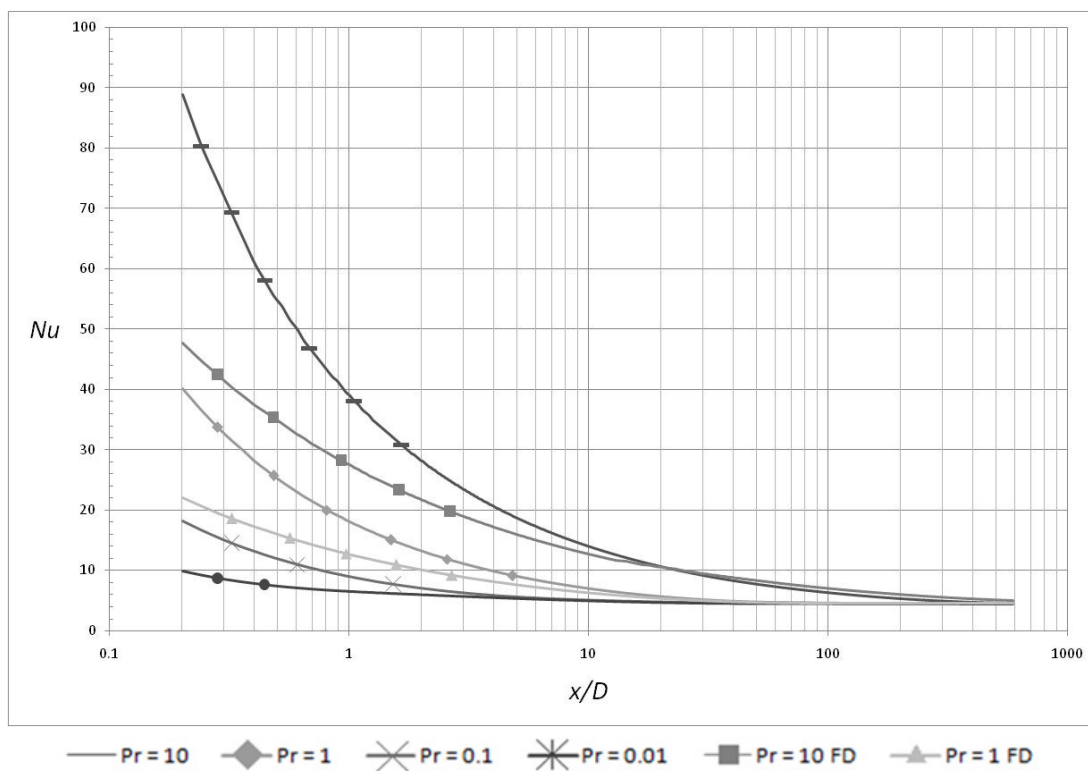


Figura B2. 2 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1000$ e $n = 0.8$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

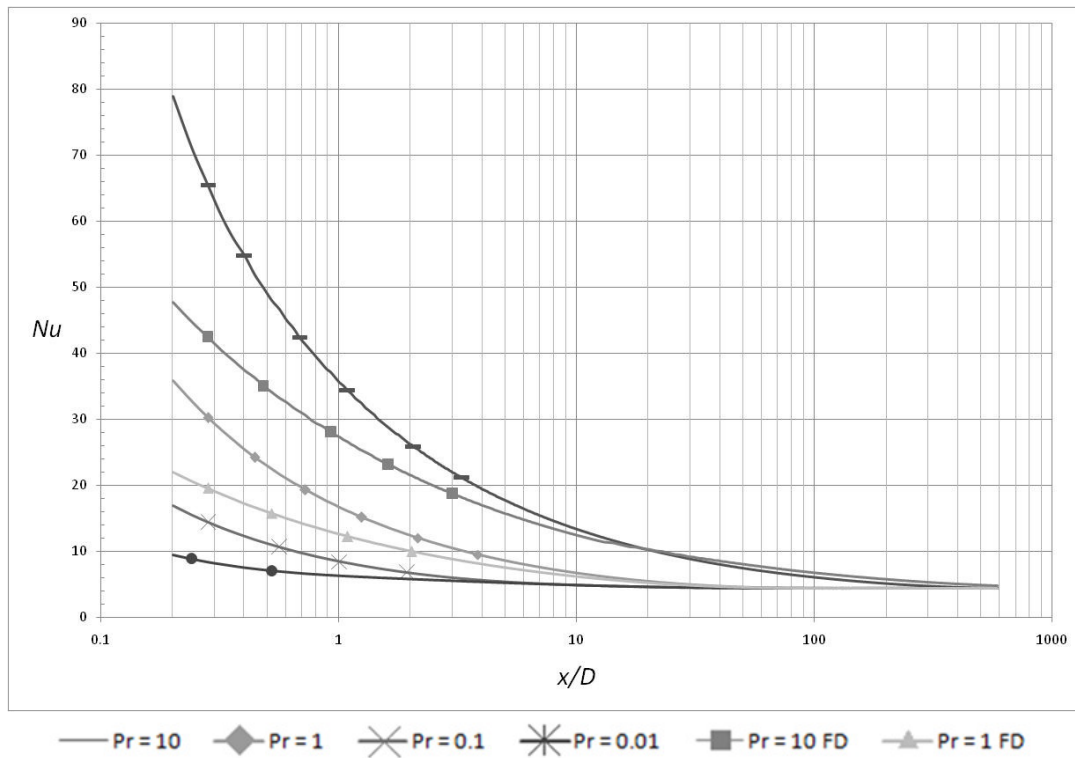


Figura B2. 3 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1000$ e $n = 1.2$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

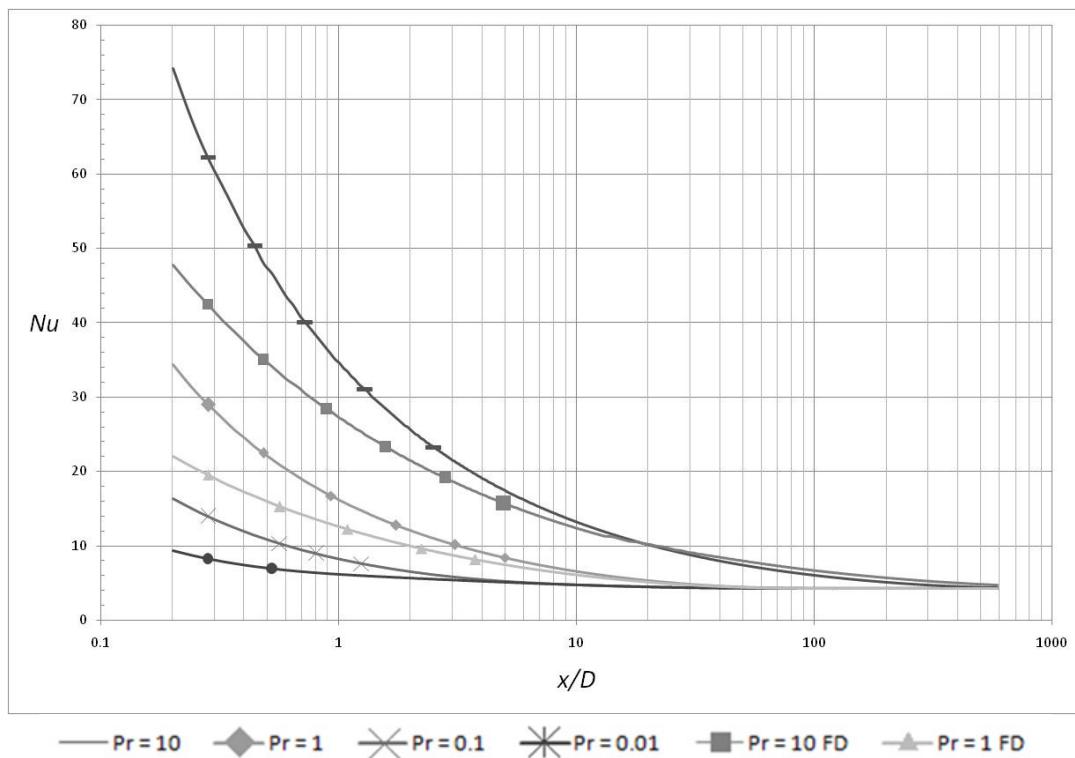


Figura B2. 4 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1000$ e $n = 1.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

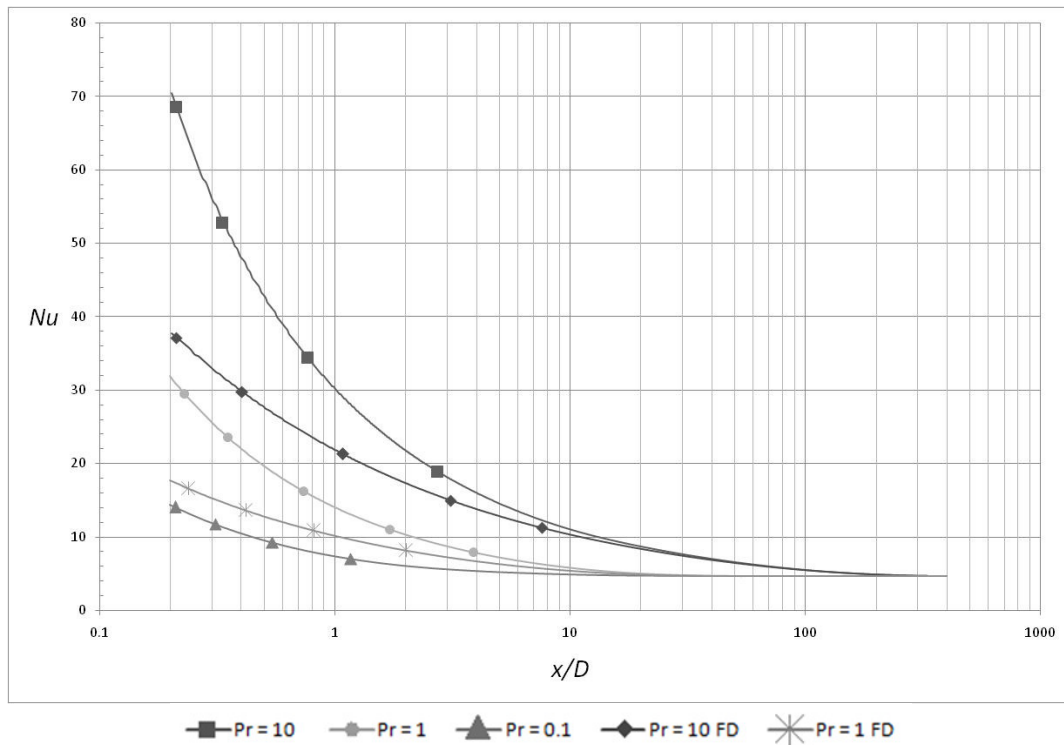


Figura B2. 5 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 500$ e $n = 0.6$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

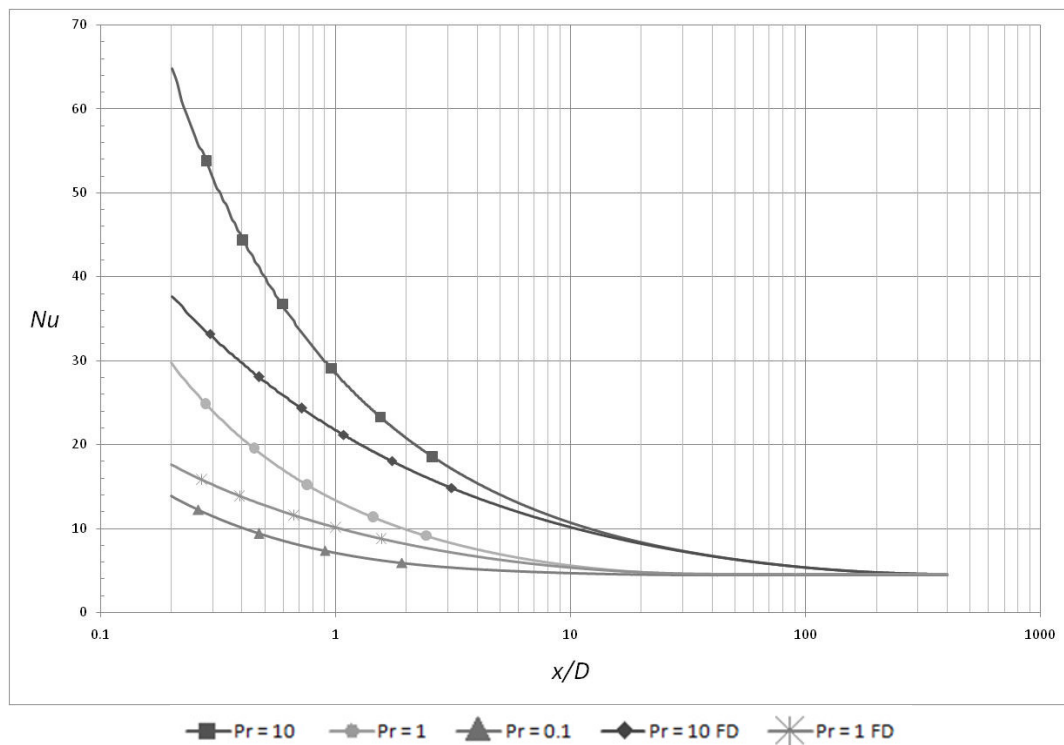


Figura B2. 6 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 500$ e $n = 0.8$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

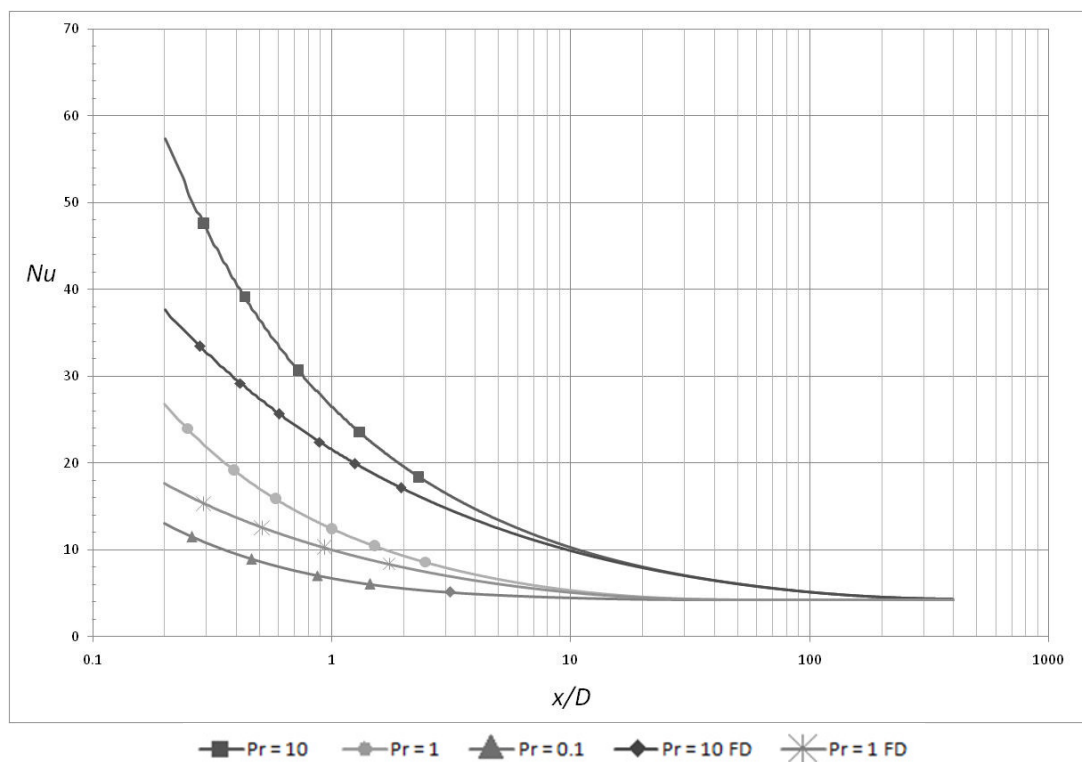


Figura B2. 7 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 500$ e $n = 1.2$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

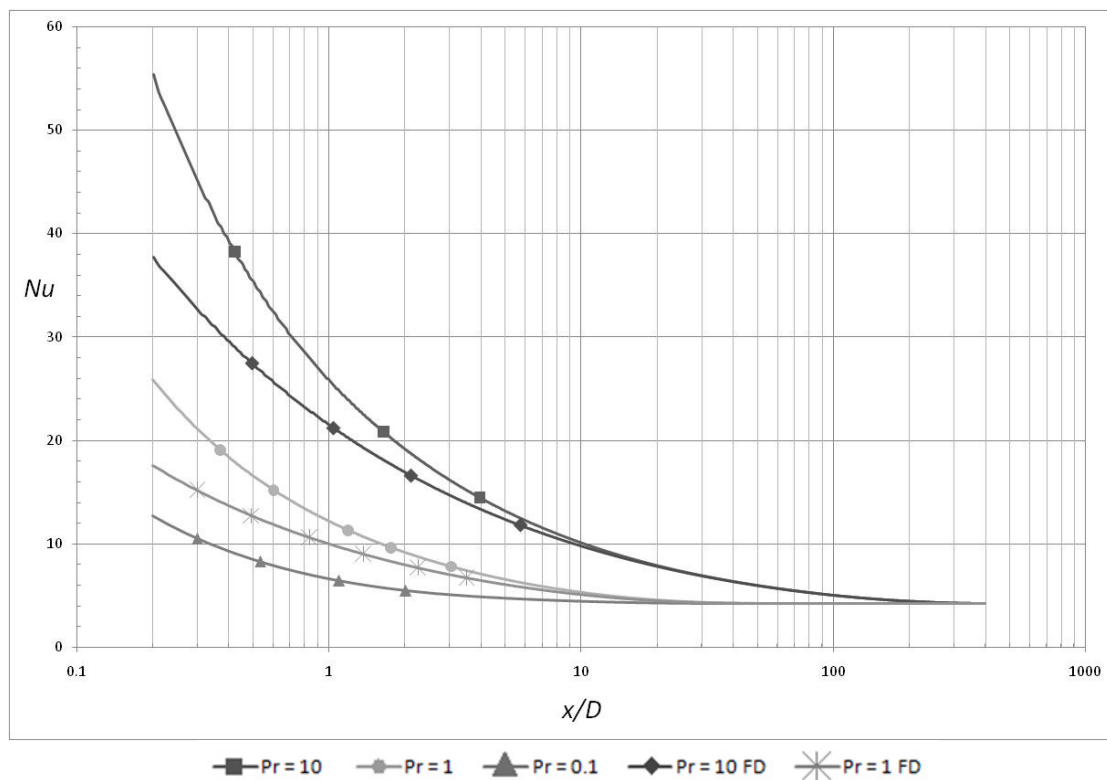


Figura B2. 8 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 500$ e $n = 1.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

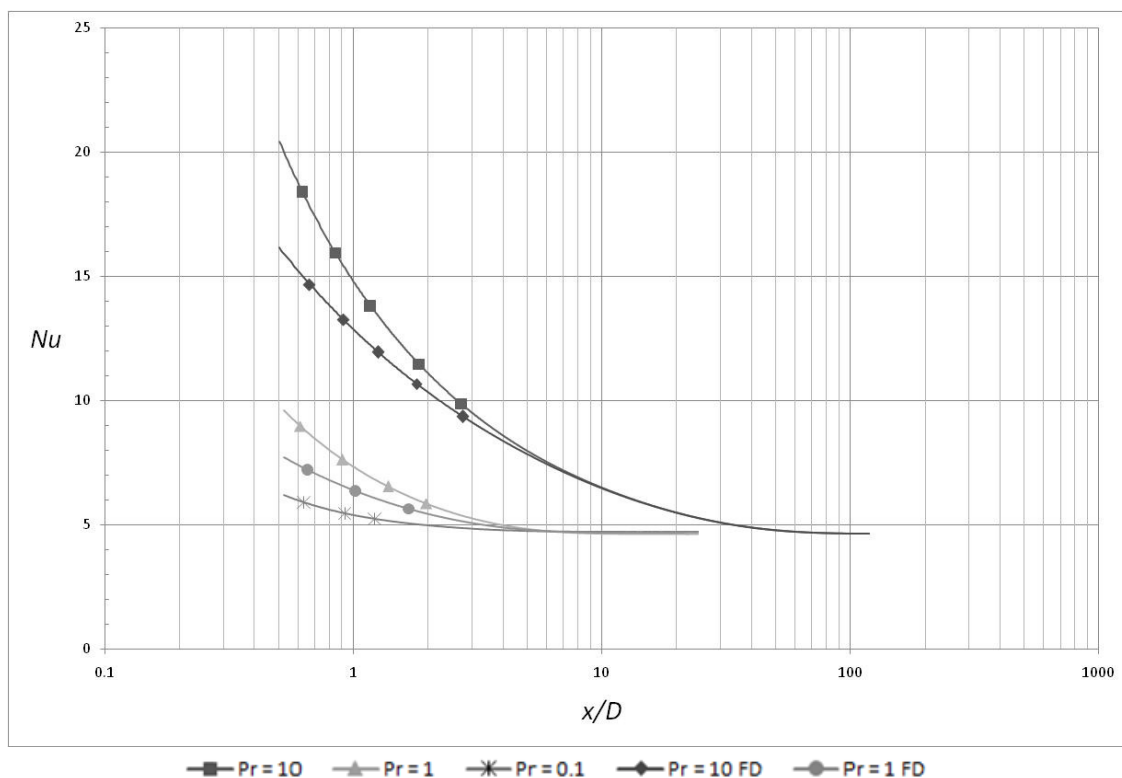


Figura B2. 9 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 0.6$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

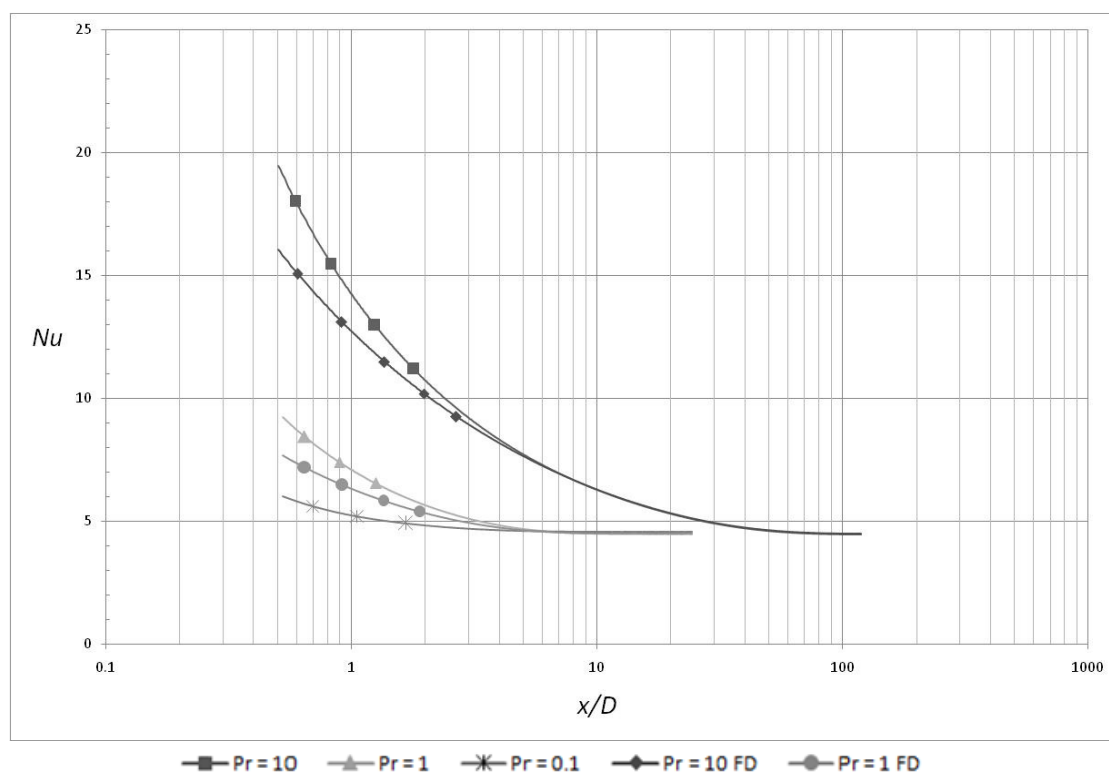


Figura B2. 10 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 0.8$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

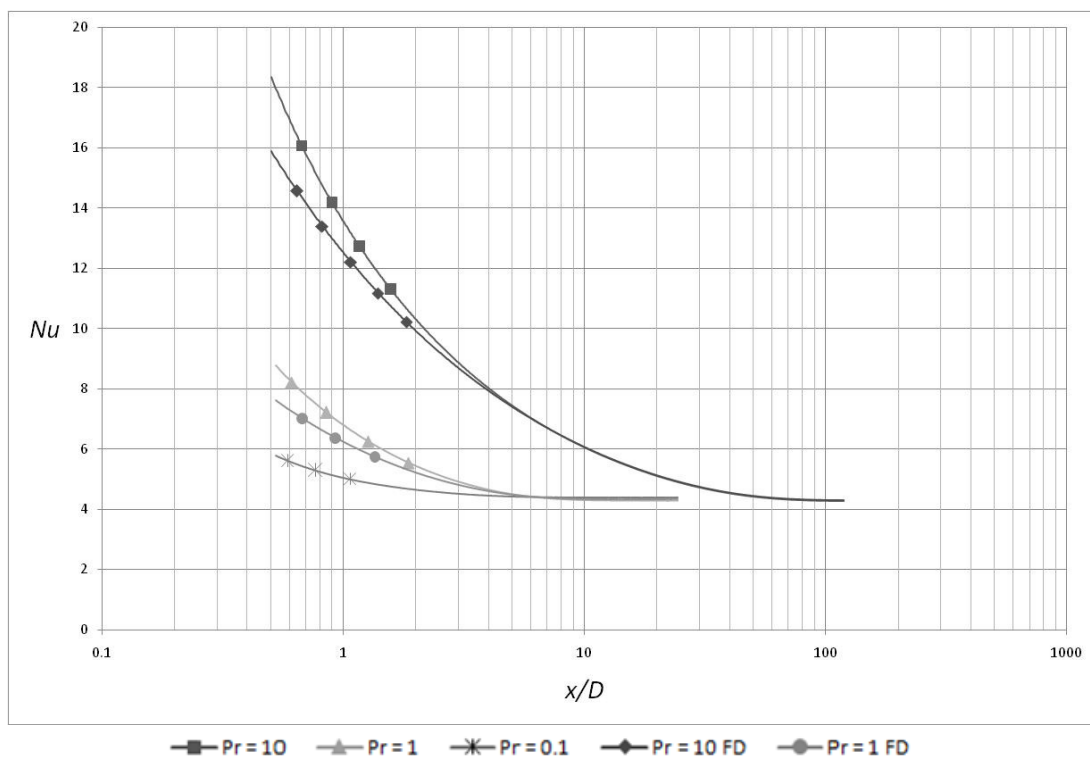


Figura B2. 11 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 1.2$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

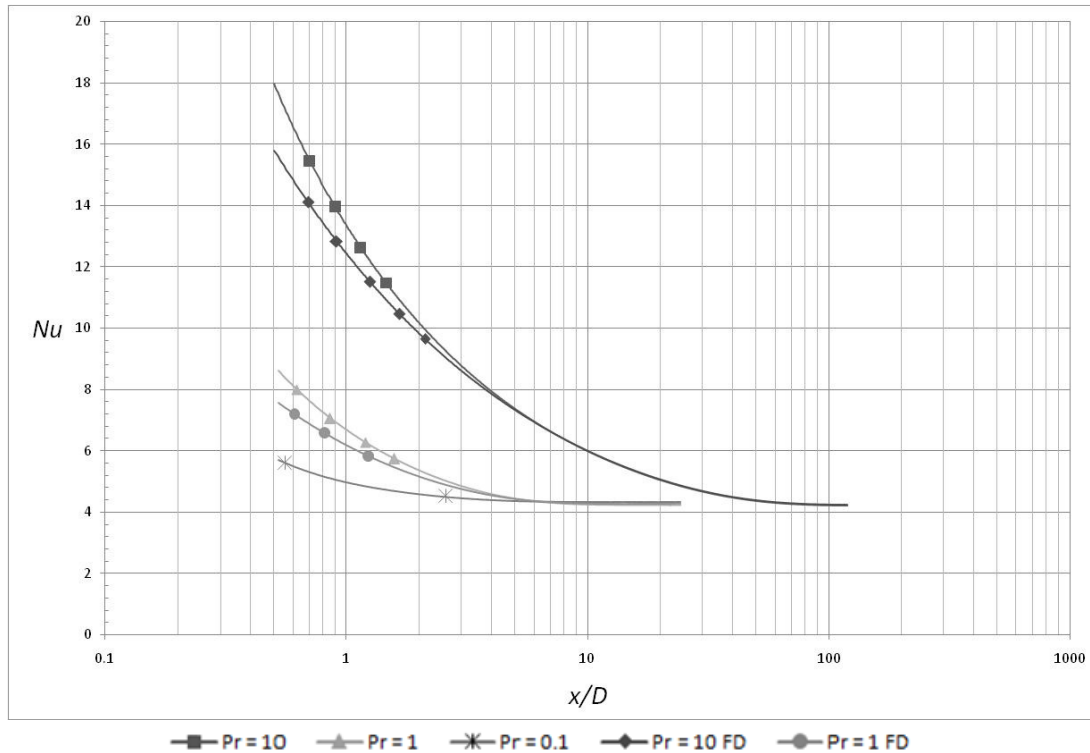


Figura B2. 12 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 100$ e $n = 1.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

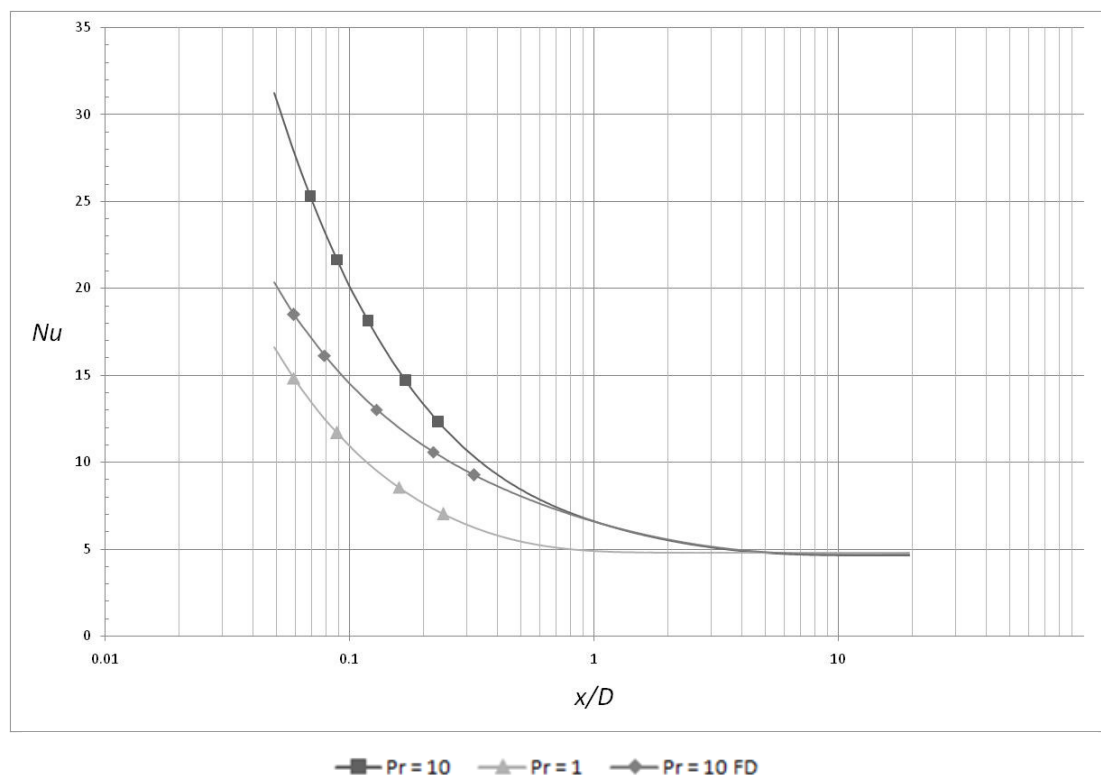


Figura B2. 13 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 0.6$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

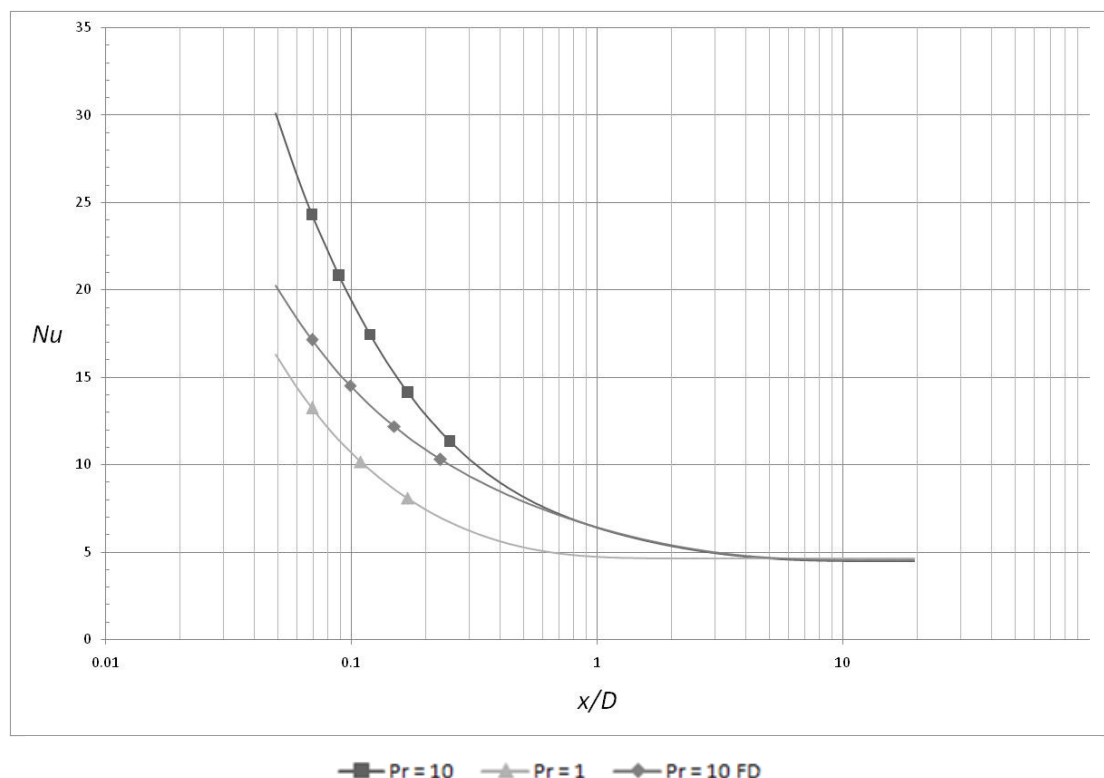


Figura B2. 14 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 0.8$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

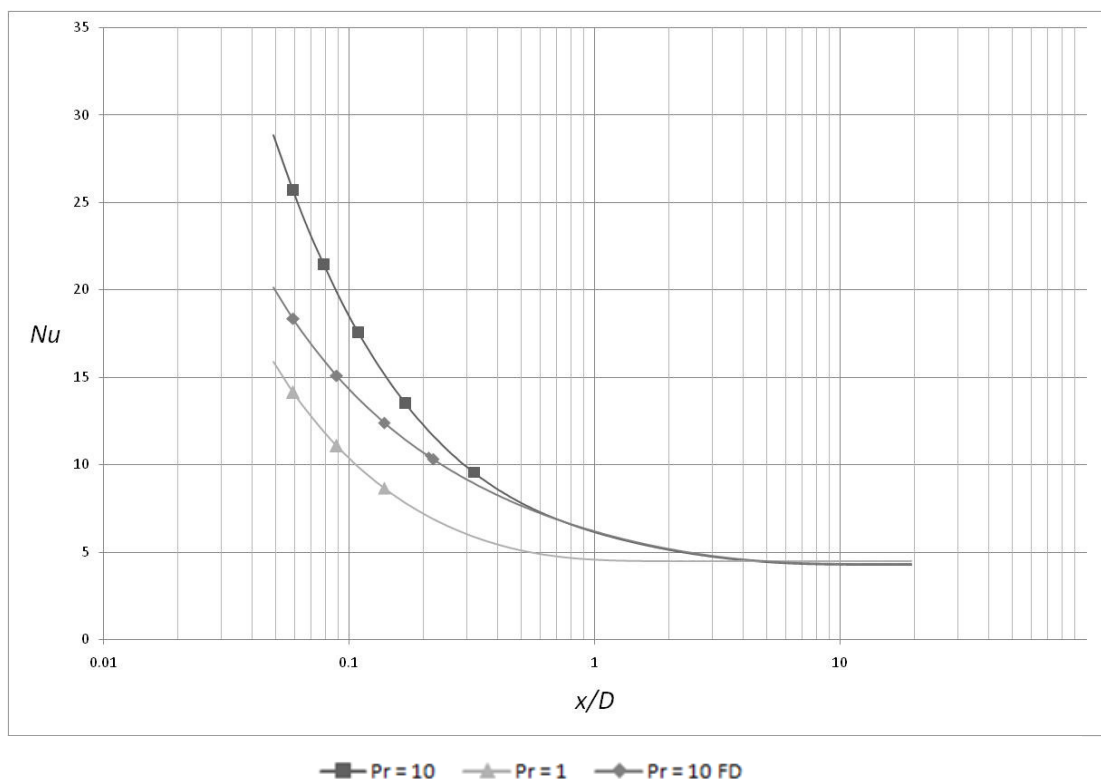


Figura B2. 15 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 1.2$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

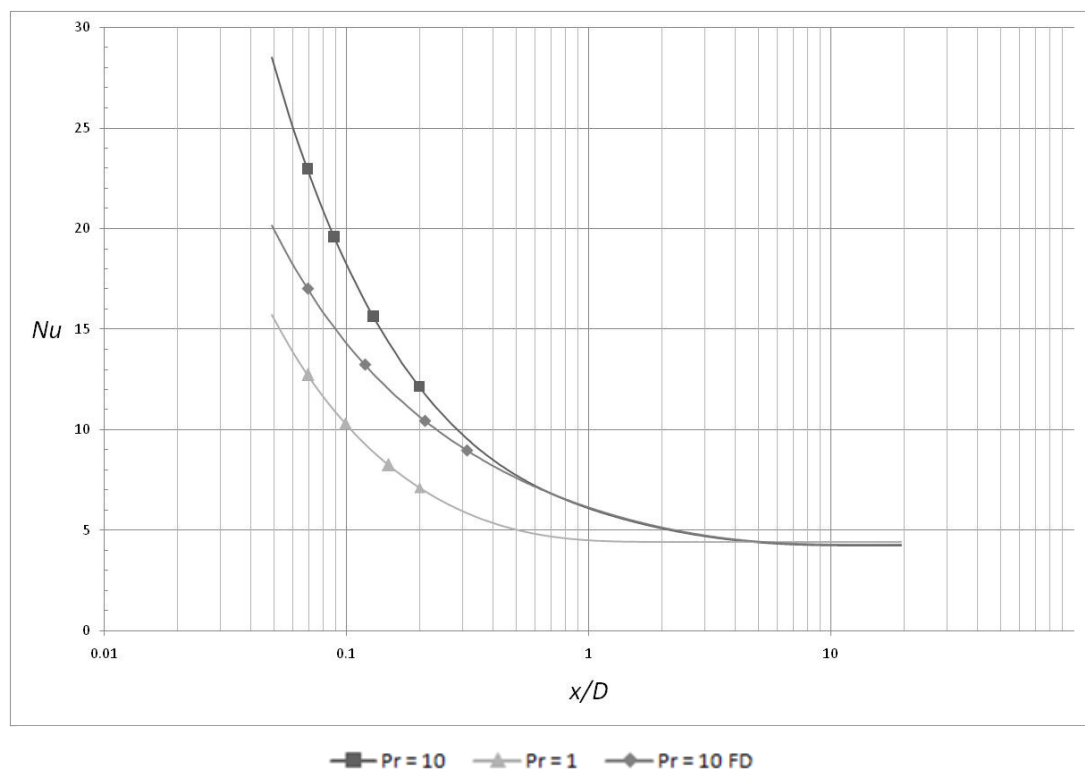


Figura B2. 16 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 10$ e $n = 1.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

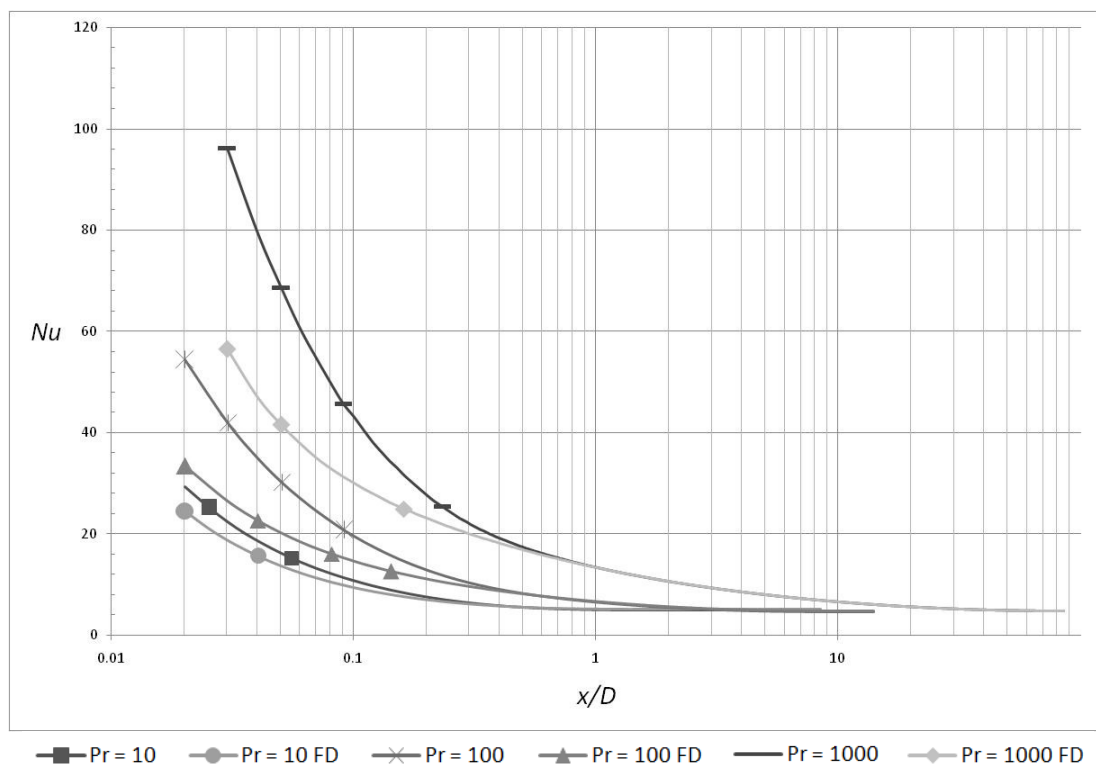


Figura B2. 17 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1$ e $n = 0.6$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

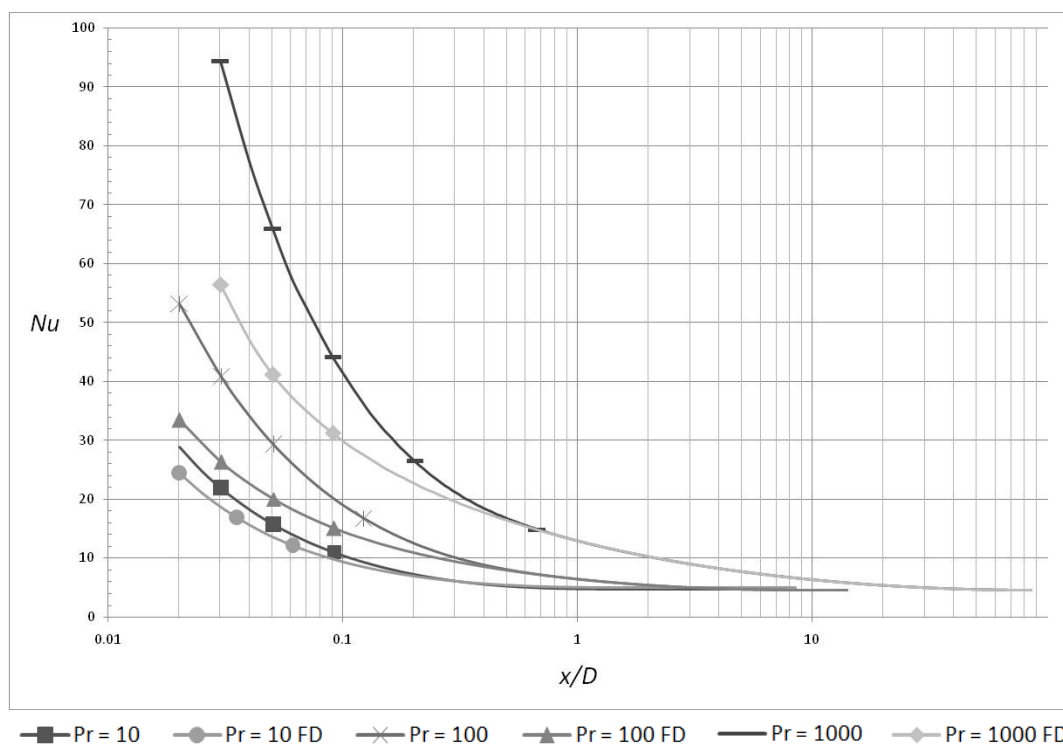


Figura B2. 18 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1$ e $n = 0.8$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

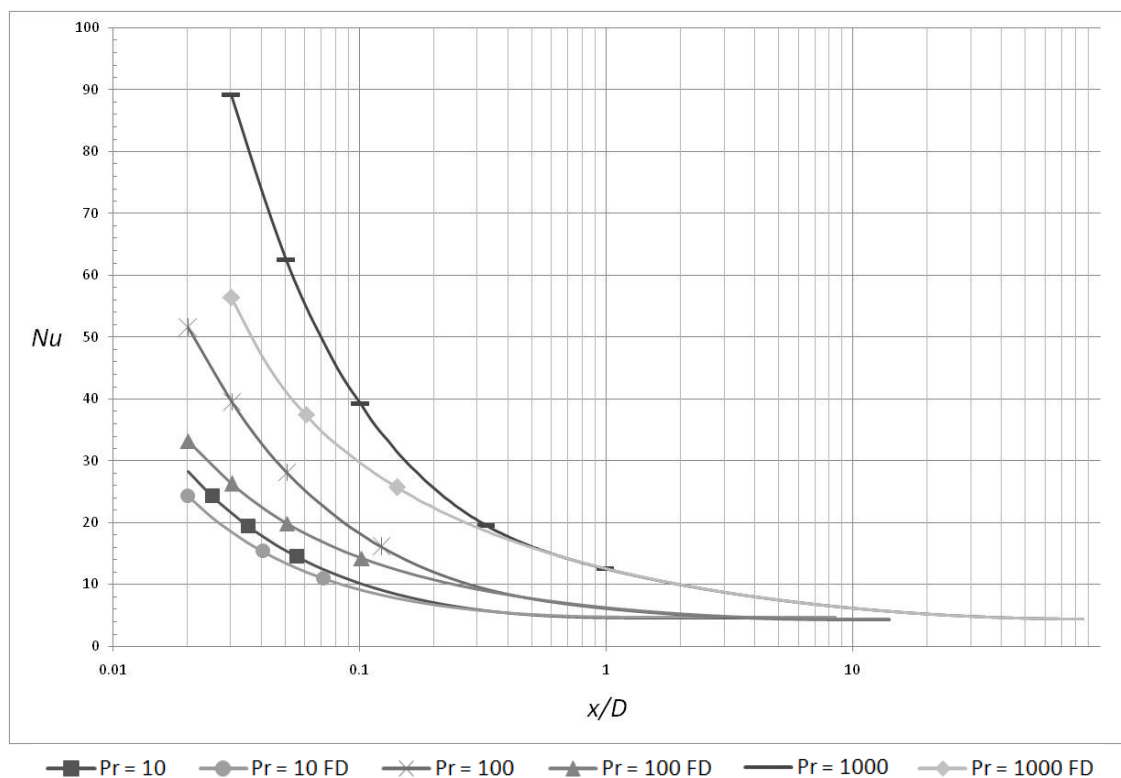


Figura B2. 19 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1$ e $n = 1.2$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos

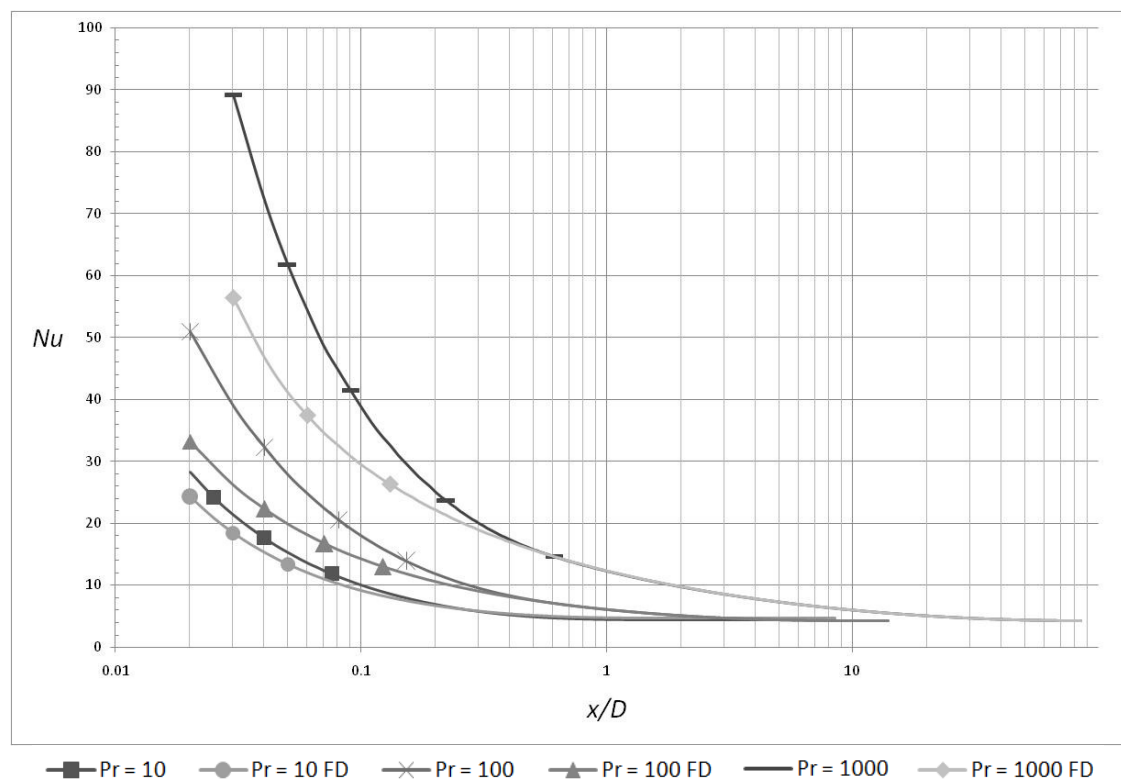


Figura B2. 20 – Evolução do Nu em função de x/D para vários Pr e para $Re = 1$ e $n = 1.4$ para perfis de velocidade de entrada em desenvolvimento e completamente desenvolvidos